

Se añadirán más adelante.

---

*PROBLEMAS*

---

1. En una isla desierta, cinco hombres y un mono recogen cocos durante todo el día, y después se duermen. El primer hombre se despierta y decide tomar su parte; divide los cocos en cinco partes iguales y le sobra un coco, que se lo da al mono. Después toma su parte y vuelve a dormirse. Entonces se despierta el segundo hombre, y haciendo un montón con los cocos que quedaron, lo divide en cinco partes iguales y le sobra un coco, que se lo da al mono. Sucesivamente ocurre lo mismo con cada uno de los tres hombres restantes. ¿Cuántos cocos había por lo menos en el montón original? (*Álgebra moderna*, G. Birkhoff y S. Mac Lane)
2. Dos parejas salen a cenar y al mirar la cuenta, ven que el número de céntimos en ella es impar y por lo tanto no pueden dividirla por dos exactamente, pero observan que, al intercambiar en ella la cifra de los euros con la cifra de los céntimos y multiplicar por dos, se obtiene una cantidad que difiere de ella solamente en un céntimo. ¿Cuánto costó la cena? (H. B. Reiter)
3. Se encuentran en el autobús dos amigos magos que no se veían hace mucho tiempo. Dice uno: “Tengo tres hijas, el producto de sus edades es 36 y la suma es el número del autobús en el que vamos. ¿A que no sabes qué edades tienen?”. El otro hace unos cálculos y exclama: “Me faltan datos”. “Bueno, la mayor toca el piano”. “Ah, entonces ya sé las edades de tus hijas”. ¿Qué edades tienen? (A. Einstein)
4. Se encuentran en el autobús dos amigos magos que no se veían hace mucho tiempo. Dice uno: “Tengo varias hijas, el producto de sus edades es mi edad y la suma es el número del autobús en el que vamos”. El otro responde: “Quizá si me dijeras tu edad y cuántas hijas tienes yo podría deducir sus edades”. “No, no podrías”. “Ah, entonces ya sé tu edad”. ¿Cuál es el número del autobús? (J. H. Conway)
5. En la página de pasatiempos de un periódico se propone este problema: “Dos niños, Antonio y José, tienen 160 tebeos. Antonio cuenta los suyos de 7 en 7 y le sobran 4. José cuenta los suyos de 8 en 8 y también le sobran 4. ¿Cuántos tebeos tienen cada uno?”. En el siguiente número del periódico se da esta solución: “Antonio tiene 60 tebeos y José tiene 100”. Analiza esta solución e indica qué haría un matemático con este problema. (Fase nacional, 1981–82)

6. A un fabricante de tres productos cuyos precios por unidad son de 50, 70 y 65 ptas., le pide un detallista 100 unidades, remitiéndole en pago de las mismas 6850 ptas., con la condición de que mande el mayor número posible del producto de precio superior y las restantes de los otros dos. ¿Cuántas deberá enviar de cada producto para servir el pedido? (Fase nacional, 1965–66)

7. Utilizando una escalera mecánica para bajar a la estación del Metro y andando con paso regular, observo que necesito 50 escalones para bajar. Si luego vuelvo a subirla corriendo, a una velocidad 5 veces mi paso normal anterior, compruebo que necesito 125 escalones para llegar arriba. ¿Cuántos escalones visibles tiene la escalera mecánica cuando se encuentra parada? (Fase nacional, 1977–78)

8. El profesor susurra un número positivo  $p$  al estudiante  $P$ , un número positivo  $q$  al estudiante  $Q$  y un número positivo  $r$  al estudiante  $R$ . Los estudiantes no saben los números de los otros pero saben que la suma de los tres números es 14. Los estudiantes hacen las siguientes afirmaciones:

- (a)  $P$  dice: “Yo sé que  $Q$  y  $R$  tienen números diferentes”.
- (b)  $Q$  dice: “Yo ya sabía que los tres números son diferentes”.
- (b)  $R$  dice: “Ahora ya sé los tres números”.

¿Cuáles son los tres números? (H. B. Reiter)

9. El profesor susurra un número positivo  $p$  al estudiante  $P$ , un número positivo  $q$  al estudiante  $Q$  y un número positivo  $r$  al estudiante  $R$ . Los estudiantes no saben los números de los otros pero saben que la suma de los tres números es 14. Los estudiantes hacen las siguientes afirmaciones:

- (a)  $P$  dice: “Yo sé que  $Q$  y  $R$  tienen números diferentes”.
- (b)  $Q$  dice: “Ahora ya sé que los tres números son diferentes”.
- (b)  $R$  dice: “Ahora ya sé los tres números”.

¿Cuáles son los tres números? (H. B. Reiter)

10. Tenemos tres montones de piedras con 5, 49 y 51 piedras. Podemos juntar dos montones cualesquiera en uno y podemos dividir cualquier montón que tenga un número par de piedras en dos montones con el mismo número de piedras. ¿Podremos conseguir así 105 montones, cada uno con una piedra? (H. B. Reiter)

11. Una mujer rica deposita un número entero  $x$  de dólares en su banco. La vez siguiente deposita un número entero  $y$  de dólares. Cada depósito siguiente es la suma de los dos depósitos anteriores. El depósito vigésimo es de un millón de dólares. Calcular  $x$  e  $y$ . (M. Gardner)

**12.** En una cafetería, un vaso de limonada, tres bocadillos y siete bizcochos han costado un chelín y 2 peniques; y un vaso de limonada, cuatro bocadillos y diez bizcochos valen un chelín y cinco peniques (1 chelín = 12 peniques). Hallar el precio de:

(a) un vaso de limonada, un bocadillo y un bizcocho;

(b) dos vasos de limonada, tres bocadillos y cinco bizcochos. (Fase nacional, 1982–83)

**13.** Una señora sale de la ciudad  $A$  al amanecer y se dirige andando a velocidad constante a la ciudad  $B$  y otra señora sale de la ciudad  $B$  al amanecer y se dirige andando a velocidad constante a la ciudad  $A$ . Se cruzan a mediodía y continuando sin parar, la primera llega a  $B$  a las cuatro de la tarde y la segunda llega a  $A$  a las nueve de la noche. ¿A qué hora amaneció ese día? (I. V. Morozkin, citado por V. I. Arnold)