KALKULUA – MINTEGIETAKO KONTROL 3 (A eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Kalkulatu hurrengo integralak:

a) $\int_{-1}^{2} \frac{dx}{x^2}$

b) $\int_{2}^{\infty} \frac{dx}{(x-1)^3}$

(1.5 puntu)

a) $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ non $f(x) = \frac{1}{x^2} \in \mathbb{R} \quad \forall x \in [-1,2] - \{0\}$

$\lim_{x\to 0} f(x) = \infty \quad \Rightarrow \quad x = 0$ puntu singularra da.

Beraz, integral inpropioa dugu:

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{2} f(x)dx = I_1 + I_2$$

$I_1 = \int_{-1}^{0} \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}\Big|_{-1}^{0} = \infty \quad \Rightarrow \quad I_1$ dibergentea da. Beraz, *I* dibergentea da.

b) $\int_{2}^{\infty} f(x)dx$ non $f(x) = \frac{1}{(x-1)^3} \in \mathbb{R} \quad \forall x \in [2,\infty)$

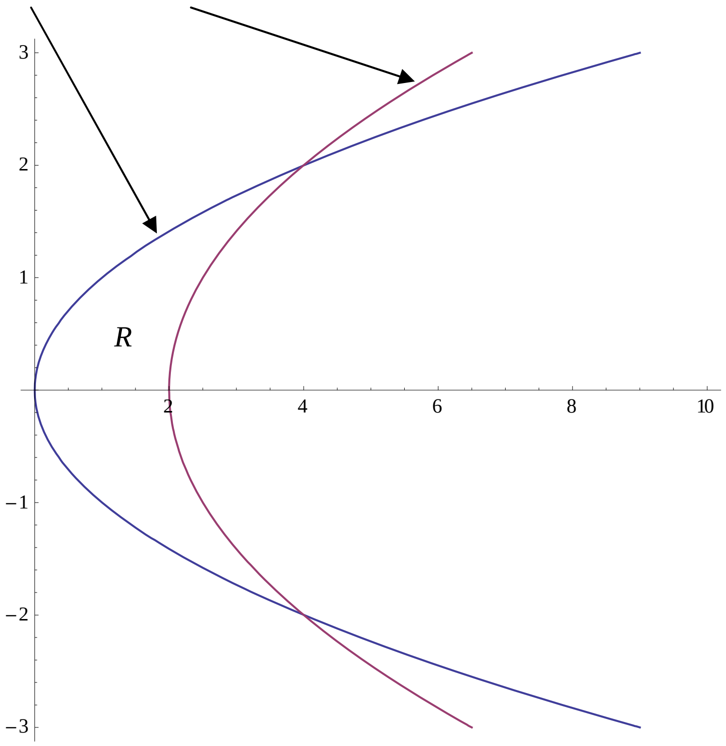
Eta ∞ puntu singularra da.

Beraz, integral inpropioa dugu:

$$\int_{2}^{\infty} \frac{dx}{(x-1)^3} = -\frac{1}{2(x-1)^2}\Big|_{2}^{\infty} = \frac{1}{2}$$

2.- Kalkulatu $x = y^2$ eta $2x = y^2 + 4$ kurbek mugaturiko eskualdearen azalera.

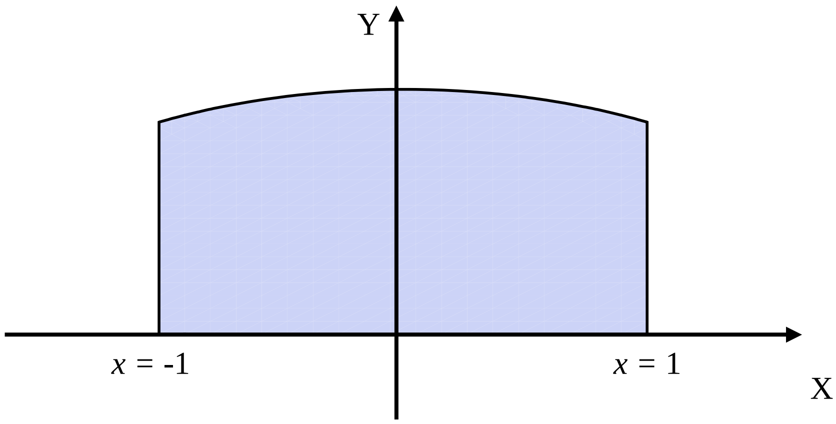
(1.5 puntu)



$$R \equiv \begin{cases} x = y^2 \\ 2x = y^2 + 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{y^2}{2} + 2 \end{cases} \Rightarrow \quad y^2 = \frac{y^2}{2} + 2 \quad \Leftrightarrow \quad y^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad y = \pm 2$$

$$\text{Azalera}(R) = \int_{-2}^{2} \left(\frac{y^2}{2} + 2 - y^2 \right) dy = \int_{-2}^{2} \left(2 - \frac{y^2}{2} \right) dy = 2y - \frac{y^3}{6} \Big|_{-2}^{2} = 4 - \frac{8}{6} + 4 - \frac{8}{6} = \frac{16}{3}$$

3.- Izan bedi marrazkian erakusten den planoko eskualdea, non goiko aldea $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ elipsearen zati bat den. Eskualde honek OX ardatzaren inguruan biratzean kupela sortuko du. Kalkulatu bere bolumena.



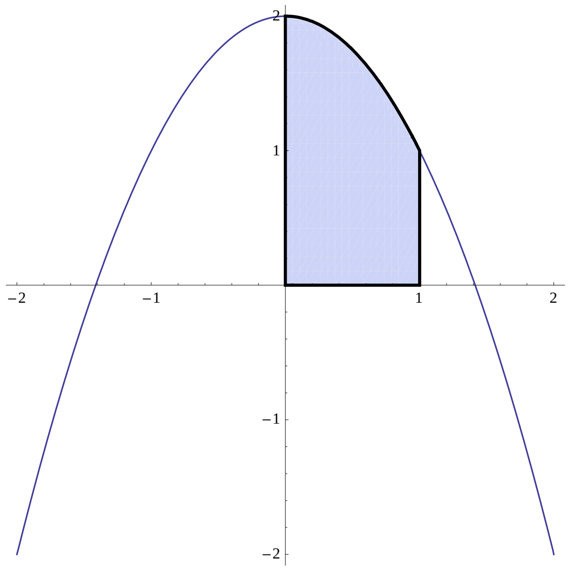
(1.5 puntu)

$$\frac{x^2}{4}+y^2=1 \quad \Leftrightarrow \quad y^2=1-\frac{x^2}{4}$$

$$\text{Bolumena}(B)=\int_{-1}^{1}\pi\left(1-\frac{x^2}{4}\right)dx=\pi\left(x-\frac{x^3}{12}\right)\Bigg|_{-1}^{1}=\pi\left(1-\frac{1}{12}+1-\frac{1}{12}\right)=\frac{11}{6}$$

4.- $y = 2 - x^2$ **kurbak eta** $x = 0$**,** $x = 1$ **eta** $y = 0$ **zuzenek mugatzen duten eskualdeak, OY ardatzaren inguruan biratzean, solidoa sortuko du. Kalkulatu bere bolumena.**

(1.5 puntu)



$$\text{Bolumena}(B) = \int_0^1 2\pi x\left(2 - x^2\right)dx = 2\pi\left(x^2 - \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 = 2\pi\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

KALKULUA – MINTEGIETAKO KONTROL 3 (B eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Kalkulatu hurrengo integralak:

a) $\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{(x-1)^2}$

b) $\int_{-2}^{4} \frac{dx}{x+1}$

(1.5 puntu)

a) $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ non $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} \in \mathbb{R} \quad \forall x \in (-\infty, 0]$

$-\infty$ puntu singularra da.

Beraz, integral inpropioa dugu:

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{dx}{(x-1)^2} = \left. \frac{1}{1-x} \right|_{-\infty}^{0} = 1$$

b) $\int_{-2}^{4} f(x)dx$ non $f(x) = \frac{1}{x+1} \in \mathbb{R} \quad \forall x \in [-2, 4] - \{-1\}$

$\lim_{x \to -1} f(x) = \pm\infty \quad \Rightarrow \quad x = -1$ puntu singularra da.

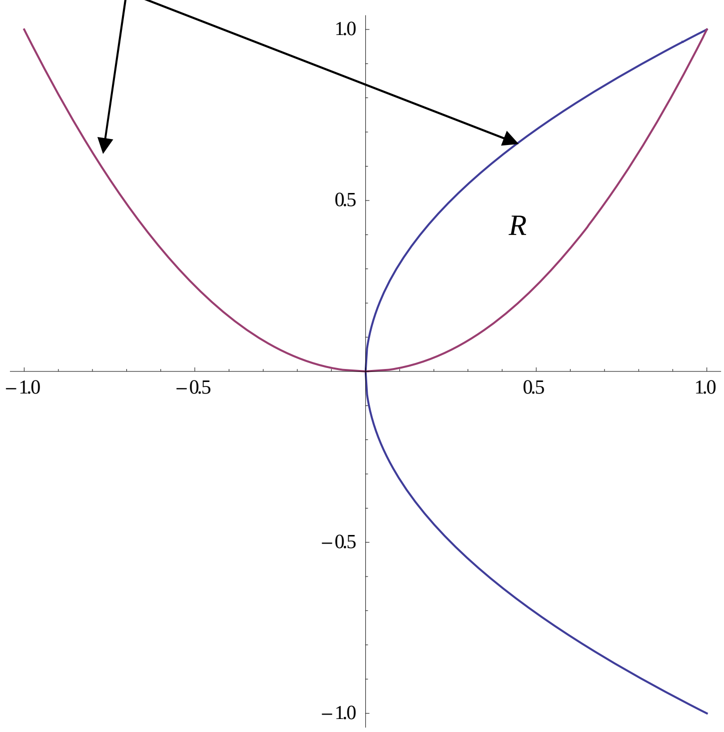
Beraz, integral inpropioa dugu:

$$\int_{-2}^{4} f(x)dx = \int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^{4} f(x)dx = I_1 + I_2$$

$I_1 = \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x+1} = \mathrm{L}|x+1| \Big|_{-2}^{-1} = -\infty \quad \Rightarrow \quad I_1$ dibergentea da. Beraz, *I* dibergentea da.

2.- Kalkulatu $x = y^2$ eta $y = x^2$ kurbek mugaturiko eskualdearen azalera.

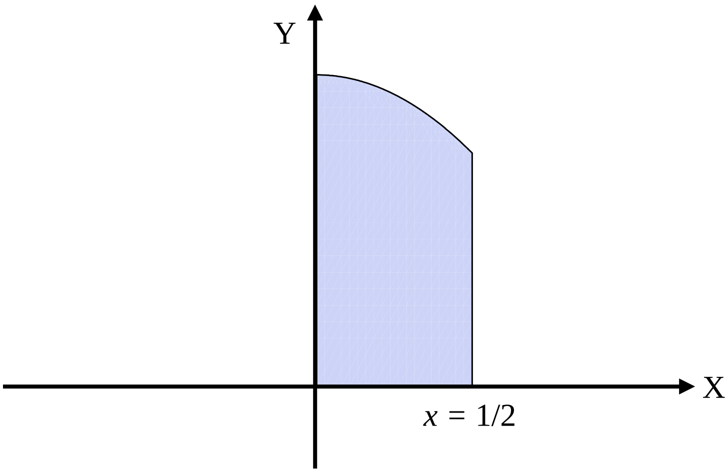
(1.5 puntu)



$$R \equiv \begin{cases} x = y^2 \\ y = x^2 \end{cases} \Rightarrow \quad y = y^4 \quad \Leftrightarrow \quad y\left(y^3 - 1\right) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} y = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \\ y = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Azalera}\left(R\right) = \int_0^1 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx = \left.\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^3}{3}\right|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

3.- Izan bedi marrazkian erakusten den planoko eskualdea, non goiko muga $y = 2 - 2x^2$ parabolaren zati bat den. Eskualde honek OY ardatzaren inguruan biratzean ur-biltegia sortuko du. Kalkulatu bere bolumena.

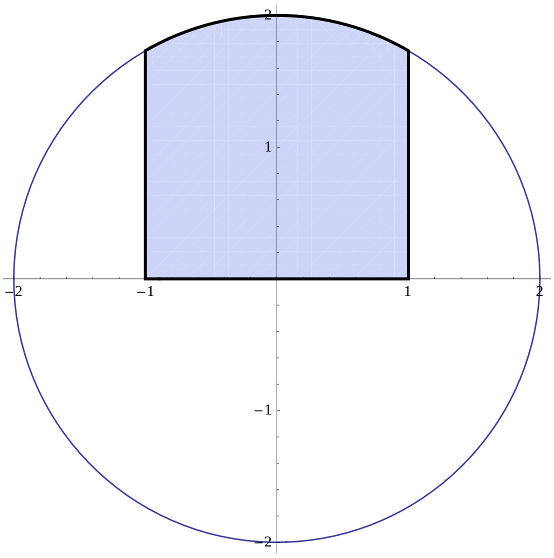


(1.5 puntu)

$$\text{Bolumena}(B) = \int_0^{1/2} 2\pi x\left(2 - 2x^2\right)dx = 4\pi\int_0^{1/2}\left(x - x^3\right)dx = 4\pi\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_0^{1/2} = 4\pi\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{64}\right) = \frac{7\pi}{16}$$

4.- $x^2 + y^2 = 4$ **kurbak eta** $x = -1$ **eta** $x = 1$ **zuzenek mugatzen duten eskualdeak, OX ardatzaren inguruan biratzean, solidoa sortuko du. Kalkulatu bere bolumena.**

(1.5 puntu)



$$\text{Bolumena}(B) = \int_{-1}^{1} \pi \left(4 - x^2\right) dx = \pi \left(4x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \pi\left(4 - \frac{1}{3} + 4 - \frac{1}{3}\right) = \frac{22\pi}{3}$$