KALKULUA – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Kalkulatu $f(x)=\sqrt{x}\cdot\sin\left(\sqrt{x}\right)$ **funtzioaren lehenengo deribatua.**

(Puntu 1)

f-ren definizio-eremua $D=[0,\infty)$ dela kontuan hartuz:

$$f'(0)=f'(0^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{\sqrt{h}\cdot\sin\left(\sqrt{h}\right)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{\sqrt{h}\cdot\sqrt{h}}{h}=1$$

Eta $\forall x>0 \quad f'(x)=\dfrac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}+\dfrac{\cos\left(\sqrt{x}\right)}{2}$

Beraz, $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{2\sqrt{x}}+\dfrac{\cos\left(\sqrt{x}\right)}{2} & \forall x>0\\ 1 & x=0\end{cases}$

2.- Izan bedi $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-1}{x} & \forall x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$

a) **Kalkulatu** $df(0)$

b) **Aurkitu** $y=f(x)$ **kurbari dagokion** $x=0$ **puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa.**

c) **Diferentziala erabiliz, kalkulatu, gutxi gorabehera,** $f(0.5)$

(2 puntu)

a) $f'(0)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(h)-f(0)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\dfrac{e^h-1}{h}-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{e^h-1-h}{h^2}\overset{(L'H)}{=}\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{e^h-1}{2h}\overset{(L'H)}{=}\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{e^h}{2}=\dfrac{1}{2}$

Eta $df(0)=f'(0)\cdot dx=\dfrac{1}{2}dx$

b) $y=f(x)$ kurbari dagokion $x=0$ puntuko zuzen ukitzailearen ekuazioa:

$$y-f(0)=f'(0)\cdot x \quad\Leftrightarrow\quad y=\frac{x}{2}+1$$

c) *f* diferentziagarria da $\quad\Leftrightarrow\quad \Delta f\simeq df$

Kasu honetan, $x=0$ puntuan aplikatuta, $dx=0.5$ izanik:

$$\Delta f = f(0.5)-f(0)=f(0.5)-1\simeq df(0)=\frac{1}{2}\cdot(0.5)=\frac{1}{4}=0.25 \quad\Leftrightarrow\quad f(0.5)\simeq 1.25$$