KALKULUA – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA (A eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Adierazi hurrengo baieztapenak ZUZENAK edo OKERRAK diren (jarri X dagokion lekuan):

	Z	**O**
***f* jarraitua da x_0 puntuan** $\Leftrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
***f* jarraitua bada x_0 puntuan** $\Rightarrow \exists f'(x_0) \in \mathbb{R}$		X
***f* deribagarria da x_0 puntuan** $\Leftrightarrow \exists f'(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
$\nexists \lim_{x \to x_0} f(x) \in \mathbb{R} \Rightarrow \nexists f'(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
$\nexists \lim_{x \to x_0} f'(x) \in \mathbb{R} \Rightarrow \nexists f'(x_0) \in \mathbb{R}$		X
***f* jarraitua ez bada x_0 puntuan** $\Rightarrow \nexists df(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
$\nexists df(x_0) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \nexists f'(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
***f* diferentziagarria bada $x=1$ puntuan** $\Rightarrow f(1.1) - f(1) \simeq \frac{f'(1)}{10}$	X	

(2 puntu)

2.- $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \forall x > 0 \\ 2e^x - \cos^2 x & \forall x \leq 0 \end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkulatu $f'(0)$.**

(1.5 puntu)

$$f'(0^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0^+} \frac{1 + h^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{h}\right) - 1}{h} = \lim_{h \to 0^+} h \cdot \sin\left(\frac{1}{h}\right) = 0$$

$$f'(0^-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h \to 0^-} \frac{2e^h - \cos^2 h - 1}{h} \overset{(L'H)}{=} \lim_{h \to 0^-} \left(2e^h + 2\cos h \cdot \sin h\right) = 2$$

Beraz, $f'(0^+) \neq f'(0^-) \Rightarrow \nexists f'(0)$

KALKULUA – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA (B eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Adierazi hurrengo baieztapenak ZUZENAK edo OKERRAK diren (jarri X dagokion lekuan):

	Z	**O**
$\nexists\, f(x_0)\in\mathbb{R} \;\Rightarrow\;$ ***f*** **ez da jarraitua** x_0 **puntuan**	X	
$\exists\, f'(x_0)\in\mathbb{R} \;\Rightarrow\;$ ***f*** **jarraitua da** x_0 **puntuan**	X	
f **ez da deribagarria** x_0 **puntuan** $\;\Leftrightarrow\; \nexists\, f'(x_0)\in\mathbb{R}$	X	
$\exists \lim\limits_{x\to x_0} f(x)\in\mathbb{R} \;\Rightarrow\; \exists\, f'(x_0)\in\mathbb{R}$		X
$\exists \lim\limits_{x\to x_0} f'(x)\in\mathbb{R} \;\Rightarrow\; \exists\, f'(x_0)\in\mathbb{R}$		X
$\exists\, f'(x_0)\in\mathbb{R} \Leftrightarrow$ ***f*** **deribagarria** x_0 **puntuan** $\Rightarrow$ ***f*** **jarraitua** x_0 **puntuan**	X	
$\exists\, df(x_0)\in\mathbb{R} \;\Leftrightarrow\; \exists\, f'(x_0)\in\mathbb{R}$	X	
f **diferentziagarria bada** $x=0$ **puntuan** $\;\Rightarrow\; f(0.5)-f(0)\simeq \dfrac{f'(0)}{2}$	X	

(2 puntu)

2.- $f(x)=\begin{cases} 3x+x^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+1 & \forall x>0 \\ 3e^x-2\cos x+\sin^2 x & \forall x\le 0\end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkulatu** $f'(0)$**.**

(1.5 puntu)

$$f'(0^+)=\lim_{h\to0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0^+}\frac{3h+h^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{h}\right)+1-1}{h}=\lim_{h\to0^+}\left(3+h\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)\right)=3$$

$$f'(0^-)=\lim_{h\to0^-}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{3e^h-2\cos h+\sin^2 h-1}{h}\overset{(L'H)}{=}\lim_{h\to0^-}\left(3e^h+2\sin h+2\sin h\cdot\cos h\right)=3$$

Beraz, $f'(0^+)=f'(0^-)=3 \;\Leftrightarrow\; f'(0)=3$

KALKULUA – MINTEGIETAKO 2. KONTROLA (D eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA:

1.- Adierazi hurrengo baieztapenak ZUZENAK edo OKERRAK diren (jarri X dagokion lekuan):

	Z	O
$\nexists \lim_{x\to x_0} f(x) \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\;$ ***f* ez da jarraitua** x_0 **puntuan**	X	
$\nexists f'(x_0) \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\;$ ***f* ez da jarraitua** x_0 **puntuan**		X
$\nexists f'(x_0) \in \mathbb{R} \;\Leftrightarrow\;$ ***f* ez da deribagarria** x_0 **puntuan**	X	
$\exists\, f'(x_0) \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\; \exists \lim_{x\to x_0} f(x) \in \mathbb{R}$	X	
$\exists \lim_{x\to x_0} f'(x) = f'(x_0) \in \mathbb{R} \;\Leftrightarrow\; f'$ **jarraitua da** x_0 **puntuan**	X	
***f* diferentziagarria da** x_0 **puntuan** $\;\Leftrightarrow\; \exists\, f'(x_0) \in \mathbb{R}$	X	
$\nexists\, df(x_0) \in \mathbb{R} \;\Rightarrow\;$ ***f* ez da jarraitua** x_0 **puntuan**		X
***f* diferentziagarria bada** $x=0$ **puntuan** $\;\Rightarrow\; f(0.1) - f(0) \simeq \dfrac{f'(0)}{10}$	X	

(2 puntu)

2.- $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 + \sin^2 x & \forall x \ge 0 \\ 2 + x^3 \cdot \sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right) & \forall x < 0 \end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkulatu** $f'(0)$**.**

(1.5 puntu)

$$f'(0^+) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{e^h + 1 + \sin^2 h - 2}{h} \overset{(L'H)}{=} \lim_{h\to 0^+}\left(e^h + 2\sin h \cdot \cos h\right) = 1$$

$$f'(0^-) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{2 + h^3 \cdot \sin\left(\dfrac{1}{h^2}\right) - 2}{h} = \lim_{h\to 0^-} h^2 \cdot \sin\left(\frac{1}{h^2}\right) = 0$$

Beraz, $f'(0^+) \neq f'(0^-) \;\Rightarrow\; \nexists\, f'(0)$