KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 1. KONTROLA (A eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA: 31

1.- Adieraz itzazu hurrengo limiteen emaitzak (ez bada existitzen, idatzi $\nexists$):

$\lim_{x\to 0} x\cdot\sin\left(\frac{1}{x}\right)=0$	$\lim_{x\to\infty} x\cdot\sin\left(\frac{1}{x}\right)=1$	$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$	$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$	$\lim_{x\to\infty}\mathrm{L}\left(\frac{1}{x}\right)=-\infty$
$\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{\mathrm{L}(x)}=-\infty$	$\lim_{x\to 1^+}\tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)=-\infty$	$\lim_{x\to -1}\frac{\mathrm{L}(-x)}{x}=0$	$\lim_{x\to 1} e^{\frac{1}{x-1}}\nexists$	$\lim_{x\to\infty}\arctan x=\frac{\pi}{2}$

(Puntu 1)

2.- Idatz ezazu *a* parametroaren balioa (zenbaki erreala edo ∞ izan daiteke), emaitzak zuzenak izan daitezen:

a) $\sin\left(\frac{x+4}{x}\right)\overset{x\to a}{\sim}\frac{x+4}{x} \iff a=-4$

b) $\sin\left(\frac{1}{x-1}\right)\overset{x\to a}{\sim}\frac{1}{x-1} \iff a=\infty$

c) $\mathrm{L}\left(3x^2+1\right)\overset{x\to a}{\sim}3x^2 \iff a=0$

d) $\mathrm{L}\left(\frac{x}{x-1}\right)\overset{x\to a}{\sim}\frac{x}{x-1}-1 \iff a=\infty$

(Puntu 1)

3.- Aurki ezazu $f(x)=\sqrt{1-\frac{2}{x}}$ funtzioaren definizio-eremua.

(Puntu 1)

$$D=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,1-\frac{2}{x}\geq 0,\ x\neq 0\right\}$$

$$1-\frac{2}{x}\geq 0 \iff \frac{2}{x}\leq 1$$

$$\forall x>0\quad \frac{2}{x}\leq 1 \iff x\geq 2$$

$$\forall x<0\quad \frac{2}{x}\leq 1 \text{ beti}$$

Beraz, $D=(-\infty,0)\cup[2,\infty)$

4.- $f(x)=\begin{cases} x+x^2\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)+1 & \forall x>0 \\ \cos x & \forall x\le 0 \end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $f'(x) \quad \forall x\in\mathbb{R}$ **.**

(2 puntu)

$$f'(x)=\begin{cases} 1+2x\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x>0 \\ -\sin x & \forall x<0 \end{cases}$$

$$f'(0^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h+h^2\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)+1-1}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{h+h^2\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)}{h}=$$
$$=\lim_{h\to 0^+}\left(1+h\cdot\sin\left(\frac{1}{h}\right)\right)=1$$

$$f'(0^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{\cos h-1}{h}\overset{(L'H)}{=}\lim_{h\to 0^-}(-\sin h)=0$$

Beraz, $\nexists f'(0)$

KALKULUA (31Taldea) – MINTEGIETAKO 1. KONTROLA (B eredua)

IZEN-ABIZENAK:
TALDEA: 31

1.- Adieraz itzazu hurrengo limiteen emaitzak (ez bada existitzen, idatzi $\nexists$):

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{1}{\mathrm{L}(x)}=-\infty$	$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\mathrm{L}(-x)}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to 1^-}\tan\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)=\infty$	$\lim\limits_{x\to 1}e^{\frac{1}{x-1}}\nexists$	$\lim\limits_{x\to\infty}\mathrm{L}\left(\dfrac{1}{x}\right)=-\infty$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)=0$	$\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)=1$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x=-\dfrac{\pi}{2}$

(Puntu 1)

2.- Idatz ezazu *a* parametroaren balioa (zenbaki erreala edo ∞ izan daiteke), emaitzak zuzenak izan daitezen:

a) $\sin\left(\dfrac{x+3}{x}\right)\overset{x\to a}{\sim}\dfrac{x+3}{x}\quad\Leftrightarrow\quad a=-3$

b) $\mathrm{L}\left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)\overset{x\to a}{\sim}\dfrac{x+2}{x-1}-1\quad\Leftrightarrow\quad a=\infty$

c) $\sin\left(\dfrac{1}{1+x}\right)\overset{x\to a}{\sim}\dfrac{1}{1+x}\quad\Leftrightarrow\quad a=\infty$

d) $\mathrm{L}\left(2x^3+1\right)\overset{x\to a}{\sim}2x^3\quad\Leftrightarrow\quad a=0$

(Puntu 1)

3.- Aurki ezazu $f(x)=\sqrt{2-\dfrac{1}{x}}$ funtzioaren definizio-eremua.

(Puntu 1)

$$D=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,2-\frac{1}{x}\geq 0,\ x\neq 0\right\}$$

$$2-\frac{1}{x}\geq 0\quad\Leftrightarrow\quad\frac{1}{x}\leq 2$$

$$\forall x>0\quad\frac{1}{x}\leq 2\quad\Leftrightarrow\quad x\geq\frac{1}{2}$$

$$\forall x<0\quad\frac{1}{x}\leq 2\ \text{beti}$$

Beraz, $D=(-\infty,0)\cup\left[\dfrac{1}{2},\infty\right)$

4.- $f(x)=\begin{cases} 2x+x^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+2 & \forall x>0 \\ 1+e^x & \forall x\le 0 \end{cases}$ **funtzioa emanik, kalkula ezazu** $f'(x)\quad \forall x\in\mathbb{R}$**.**

(2 puntu)

$$f'(x)=\begin{cases} 2+2x\cdot\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)+\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \forall x>0 \\ e^x & \forall x<0 \end{cases}$$

$$f'(0^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2h+h^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{h}\right)+2-2}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2h+h^2\cdot\cos\left(\dfrac{1}{h}\right)}{h}=$$
$$=\lim_{h\to 0^+}\left(2+h\cdot\cos\left(\frac{1}{h}\right)\right)=2$$

$$f'(0^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{1+e^h-2}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{e^h-1}{h}\overset{(L'H)}{=}\lim_{h\to 0^-}e^h=1$$

Beraz, $\nexists f'(0)$