SEGIDAK – SERIEAK – BERRETURA-SERIEAK – SERIEZKO GARAPENAK

(21/22 – 22/23)

1.- Adierazi hurrengo baieztapenak egiazkoak (E) edo gezurrezkoak (G) diren

Baldin $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ bada, orduan:	
$\{a_n\}$ segida konbergentea da.	
$\{a_n\}$ segida dibergentea da.	
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriea dibergentea izan daiteke.	
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriea absolutuki konbergentea izan daiteke.	

Baldin $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ serie konbergentea bada, orduan:	
$\{b_n\}$ segida dibergentea izan daiteke.	
$\sum_{n=1}^{\infty} \lvert b_n \rvert$ seriea dibergentea izan daiteke.	
Baldin $b_n \geq 0 \ \forall n \in \mathbb{N}$ eta $b_n \sim 3a_n$ bada, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriea dibergentea izan daiteke	
$\lim_{n\to\infty} b_n = k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$	

2.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{(2n)!}{(n)^{2n}}}$

3.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\arctan\left[\arcsin\left(\dfrac{1}{n}\right)^2\right]}{\left(e^{1/n}-1\right)\cdot \mathrm{L}\left(1+\dfrac{2}{n}\right)}$

4.- Hurrengo limiteak kalkulatu:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1+n)^{1/n}}{n^{1/n}-1}$

5.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^{\frac{1}{n}}-1}{\sin\left(\frac{1}{n}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right)}$

6.- Kalkulatu hurrengo limiteak:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\sqrt[2]{2}+\sqrt[3]{3}+\ldots+\sqrt[n]{n}}{2n}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)\cdot(an+1)^n}{(n+2)^{n+1}}$, $\forall a > 0$

7.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\sqrt[2]{2!}+\sqrt[3]{3!}+\ldots+\sqrt[n]{n!}}{n^2}$

8.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n^a+n^2\right)\cdot \mathrm{L}\left(1+\dfrac{5}{4n^2+1}\right)$, non $a\in\mathbb{R}$

9.- $a_n = \dfrac{5^n}{5n^3+b^n+(\mathrm{L}n)^{10}}$, $\forall b>0$, gai orokorra emanik:

a) Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

b) Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ seriearen izaera.

10.- Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[\dfrac{(-1)^n}{n}+\mathrm{L}\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)\right]$ seriearen izaera.

11.- Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2\cdot \mathrm{L}\left(1+\dfrac{1}{a^n}\right)$ seriearen izaera, $\forall a>0$.

12.- Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^n}{\pi^n\cdot n!}$ seriearen izaera.

13.- Aztertu hurrengo serieen izaera:

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{3^n+n}+\dfrac{1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)}{n}\right)$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(3n)!}$

14.- a) Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n+4}}$ seriearen izaera.

b) Zenbat gai batu beharko genuke bere batura hurbildua lortzeko, errorea 10^{-2} baino txikiagoa izanik?

15.- a) Lortu $f(x) = \mathrm{L}(1+x)$ funtzioaren McLaurin-en 3. mailako polinomioa, $P_3(x)$, jakinda $f \in C^{\infty} \quad \forall x \in (-1, \infty)$.

b) Aurreko polinomioa erabiliz, kalkulatu $\mathrm{L}(1.01)$ -ren balio hurbildua, egindako errorea Lagrangeren hondarraren bitartez mugatuz.

16.- a) Lortu $f(x) = \arctan\left(4x^2\right)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, baita tartea non garapen horrek balio duen ere.

b) Lortu aurreko funtzioaren $f^{22)}(0)$ -ren balioa.

17.- Kalkulatu $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^n \cdot (n+1) \cdot x^n$ berretura-seriearen batura, bere konbergentzia arloa zein den adieraziz.

18.- $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot x^{2n+1} \quad \forall x \in \mathbb{R}$ berretura-seriezko garapena ezagutzen da.

a) Lortu $f^{17)}(0)$ -ren balioa.

b) Zehaztu zenbat gai batu behar dugun $f(1)$ -ren balio hurbildua lortzeko, errorea 0.01 baino txikiagoa izanik.

19.- $f(x) = \arctan(3x)$ funtzioa emanik, lortu bere berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

20.- a) Aurkitu $f(x) = \mathrm{L}\left(4 - x^2\right)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Lortu $f^{20)}(0)$ -ren balioa.

21.- Kalkulatu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+2}{5^{2n}} \cdot x^{2n+1}$ berretura-seriearen batura, zein den bere konbergentzi arloa aztertuz.

22.- Kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}$ berretura-seriearen batura, bere konbergentzi arloa zein den adieraziz.