

INPLIZITUAK – MUTURRAK (21/22 – 22/23)

1.-  $F(x, y, z) = g(y \cdot z^2) + g(z) + x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2z + 2$  funtzioa eta  $P(x, y, z) = (1, 1, -2)$  puntua emanik, non  $g$  eta bere deribatuak funtzio jarraituak diren,  $g(4) = 0$ ,  $g(-2) = 0$ ,  $g'(4) = 1$  eta  $g'(-2) = 0$  izanik,

- Estudiatu ea  $F(x, y, z) = 0$  ekuazioak  $z = z(x, y)$  funtzio diferentziagarria definitzen duen  $P$  puntuaren ingurune batean.
- Baiezko kasuan, aurkitu  $z = z(x, y)$  funtzioaren lehenengo deribatu partzialak  $(1, 1)$  puntuan.

2.-  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + x \cdot y + a \cdot z$  funtzioa emanik, non  $a \in \mathbb{R}$ ,

- Aurkitu  $a$  parametroaren balioa,  $P(1, 1, 1)$  puntua  $f$  funtzioaren puntu kritikoa izan dadin  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  esferan.
- Aurreko atalean lortutako  $a$  parametroaren baliorako, aztertu ea  $P(1, 1, 1)$  puntua  $f$  funtzioaren mutur erlatiboa den  $x^2 + y^2 + z^2 = 3$  esferan, zein motatako den adieraziz.

3.-  $f(x, y) = x^2 + y - x - xy$  funtzioaren mutur absolutuak kalkulatu  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 - 1 \leq y \leq 3\}$  multzoan.

4.-  $\begin{cases} x \cdot \cos y + y \cdot \cos z + z \cdot \cos x = \pi \\ x^2 + y^2 + z^2 - x \cdot y = \pi^2 \end{cases}$  ekuazio-sistemak  $\begin{cases} y = y(x) \\ z = z(x) \end{cases}$  funtzioak definitzen

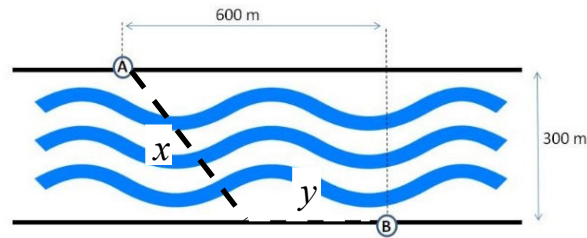
ditu  $x = 0$  puntuaren ingurunean,  $y(0) = 0$  eta  $z(0) = \pi$  direlarik. Kalkulatu funtzio horien lehenengo deribatuak  $x = 0$  puntuan.

5.-  $F(x, y, z) = e^y \cdot \sqrt{x \cdot z} - 2 = 0$  ekuazioa emanik:

- Aztertu ea  $z = z(x, y)$  funtzio diferentziagarria definitzen duen  $P(1, 0, 4)$  puntuaren ingurune batean.
- Kalkulatu  $z = z(x, y)$  funtzioaren gradientea  $Q(1, 0)$  puntuan.
- Lortu  $z = z(x, y)$  funtzioaren deribatu direkzionalaren balioa  $Q(1, 0)$  puntuan,  $\vec{u} = (2, -1)$  bektorearen norabidean.

6.- Aurkitu  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x - y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$  baldintzak betetzen dituzten  $f(x, y, z) = x + y + 2z$  funtzioaren mutur erlatiboak.

7.- Marrazkian erakutsitako ibaiaren alde bietan dauden A eta B puntuen artean, zuntz optikozko kablea eramateko kostua minimizatu nahi dugu. Ur azpian eramateko prezioa 125€/m eta lurretik eramatekoa 100€/m dela jakinda, kalkulatu zenbat metro ur azpian eta zenbat metro lurretik eraman behar da kablea, kostua minimizatzeke.



8.- 
$$\begin{cases} x \cos y + y \cos z + z \cos x = \pi \\ x^2 + y^2 + z^2 - xy = \pi^2 \end{cases}$$
 ekuazio-sistema emanik,

a) Egiaztatu ea sistema honek  $y = y(x)$  eta  $z = z(x)$  funtzio diferentziagarriak definitzen dituen inplizituki  $x = 0$  puntuaren ingurunean,  $y(0) = 0$  eta  $z(0) = \pi$  direlarik.

b) Kalkulatu  $y'(0)$  eta  $z'(0)$ .

9.- a) Frogatu 
$$\begin{cases} F(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + L(xyz) + 1 = 0 \\ G(x, y, z) = y^2 - \sqrt{x} + L(xyz) = 0 \end{cases}$$
 ekuazio-sistemak  $\begin{cases} y = y(x) \\ z = z(x) \end{cases}$  funtzio

diferentziagarriak definitzen dituela  $P = (1, 1, 1)$  puntuaren ingurune batean.

b) Defini dezagun orain  $h(x) = Ax^2 + y(x) + z(x)$  funtzioa. Kalkulatu  $A$  parametroak izan behar duen balioa, funtzio honek puntu kritikoa euki dezan  $x = 1$  puntuan.

10.- Aurkitu  $C \equiv \begin{cases} z = x^2 + y^2 + 1 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \end{cases}$  kurba itxitik  $z = 0$  planora dauden distantzia

maximoa eta minimoa.

11.-  $F(x, y, z) = x^2 z^2 + 2y^2 z + 2z - 8$  funtzioa eta  $P(x, y, z) = (0, 1, a)$  puntua emanik,

a) Aurkitu  $a \in \mathbb{R}$  parametroaren balioa,  $F(x, y, z) = 0$  ekuazioak  $z = z(x, y)$  funtzio inplizitu diferentziagarria defini dezan  $P$  puntuaren ingurunean.

b)  $(0, 1)$  puntutik abiatuz, aurkitu norabidea eta noranzkoa non  $z = z(x, y)$  funtzioaren hazkunderik azkarrena lortzen den.

c) Aurkitu  $P$  puntuari dagokion maila-kurbaren ekuazioa.

d) Aurkitu  $P$  puntuari dagokion maila-kurbaren zuzen ukitzailaren ekuazioa puntu horretan.

12.- Aurkitu 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z + 4 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$
 baldintzak betetzen dituzten  $f(x, y, z) = 3x + y - z$

funtzioaren mutur erlatiboak.