

SEGIDAK – SERIEAK – BERRETURA-SERIEAK – SERIEZKO GARAPENAK

(19/20 – 20/21)

1.- Kalkulatu hurrengo limiteak:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^a + 1}{2n} \quad \forall a \in \mathbb{R}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n}{n^2 + 2} \right)^{\frac{n^a + 1}{2n}} \quad \forall a \in \mathbb{R}$

2.- Aurkitu $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}$

3.- a) Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{(-1)^n}{3n} \right)$ seriearen izaera.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konbergentea dela jakinda, non $a_n > 0 \quad \forall n$, ondorioztatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n + 1}{a_n}$ eta $\sum_{n=1}^{\infty} L(a_n + 1)$ serieen izaera.

4.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n + 2)}{n^n}$ seriearen izaera.

5.- a) Aurkitu $f(x) = e^{-x}$ funtzioaren McLaurin 3. mailako polinomioa.

b) Aurreko atalean lortutako polinomioa erabiliz, $f(0.1)$ -ren balio hurbildua kalkulatzeko egindako errorea mugatu.

6.- a) Aurkitu $f(x) = L(e^2 + x^2)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Kalkulatu $f^{(16)}(0)$ eta $f^{(17)}(0)$.

7.- Kalkulatu $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)! \cdot (n+3)! \cdot n^5}{(3n+1)!}}$

8.- Kalkulatu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + 9 + \dots + n^2}{(e^{1/2n} - 1) \cdot n^4}$

9.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{2n}}{2^n \cdot a^n}$ seriearen izaera $a > 0$ parametroaren balioen arabera.

10.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n + Ln}{5^n + n^2} + n \cdot \sin^2 \left(\frac{1}{n^3} \right) \right)$ seriearen izaera.

11.- a) Kalkulatu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{n+1} \cdot x^{n+1}$ berretura-seriearen batura, non balio duen adieraziz.

b) Zenbat gai batu beharko genuke seriearen batura hurbildua lortzeko $x = -\frac{1}{e}$ puntuan, errorea 0.001 baino txikiagoa izanik?

12.- Kalkulatu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\lambda + \frac{1}{n} \right)^{\frac{n^2+2}{3n}} \quad \forall \lambda > 0$

13.- Pilota bat 6 metroko altueratik erortzen uzten da, eta, botatzen hasten da. Aldi bakoitzean, aurreko botearen hiru laurdeneko altuera errebotatzen du.

Kalkulatu, guztira, pilotak egiten duen distantzia bertikala, etengabeki bota egiten duenean.

14.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot 2^{na^2}$ seriearen izaera $\forall a \in \mathbb{R}$.

15.- a) Aurkitu $f(x) = \arctan x$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Zein da $f^{(11)}(0)$ -ren balioa?

c) Zenbat batugai batu beharko genituzke aurreko garapenean, $f(1)$ -en gutxi gorabeherako balioa lortzeko, 0.01 baino gutxiagoko errorearekin?

15- Kalkulatu $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{L(6n)}{L(3n)} \right)^{Ln}$

16.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot Ln}{a^n \cdot n^3}$ seriearen izaera, $a > 0$ parametroaren balioen arabera.