

INPLIZITUAK – MUTURRAK (19/20 – 20/21)

1.-  $F(x, y, z) = x^2 + yz + z^2 - 1 = 0$  ekuazioa, eta  $P(x, y, z) = (0, 0, 1)$  eta  $Q(x, y, z) = (1, 0, 1)$  puntuak emanik, adierazi hurrengo baieztapenak egiazkoak edo faltsuak diren:

- $P$  puntuan ekuazioak  $z = z(x, y)$  funtzio implizitua definitzen du.
- $P$  puntuan ekuazioak  $y = y(x, z)$  funtzio implizitua definitzen du.
- $Q$  puntuan ekuazioak  $x = x(y, z)$  funtzio implizitua definitzen du.
- $P$  eta  $Q$  puntuetan ekuazioak  $z = z(x, y)$  funtzio implizitua definitzen du.

2.- Izan bedi  $f(x, y) = x + y$  funtzioa, non  $x = x(t)$  eta  $y = y(t)$ ,  $\begin{cases} x^3 + e^x = t^2 + t + 1 \\ yt^2 + y^2t + y - t = 0 \end{cases}$  ekuazio-sistemak definituriko funtzio implizituak diren,  $x(0) = 0$  eta  $y(0) = 0$  izanik. Baldin eta  $z(t) = f(x(t), y(t))$ , kalkulatu  $z'(0)$ .

3.- Kalkulatu  $f(x, y) = 2x^4 + y^2 - x^2 - 2y$  funtzioaren mutur erlatiboak.

4.-  $\begin{cases} F(x, y, z, t) = e^{x-y} + xz + yt - 5 = 0 \\ G(x, y, z, t) = e^{x-z-t} + y - 2z - t = 0 \end{cases}$  ekuazio-sistema emanda:

a) Frogatu  $z = z(x, y)$  eta  $t = t(x, y)$  funtzioak definitzen dituela  $P(x, y, z, t) = (2, 2, 1, 1)$  puntuaren ingurunean.

b) Aurkitu,  $(2, 2)$  puntuan, norabideak non  $z = z(x, y)$  funtzioaren aldakuntza maximoa eta minimoa diren, hurrenez hurren.

5.-  $f(x, y) = x^2 + y$  funtzioaren mutur erlatiboak kalkulatu,  $x^2 - y^2 = 1$  ekuazioak ematen duen baldintzarekin.

6.- a) Froga ezazu  $\begin{cases} F(x, y, z, t) = x^2 - \sin(xy) + zt = 0 \\ G(x, y, z, t) = z^2 + \cos(xy) - 2t + 3 = 0 \end{cases}$  ekuazio-sistemak  $\begin{cases} z = z(x, y) \\ t = t(x, y) \end{cases}$

funtzio-sistema diferentziagarria definitzen duela  $P(x, y, z, t) = (0, 1, 0, 2)$  puntuaren ingurune batean.

b) Kalkula ezazu  $z = z(x, y)$  funtzioaren aldakuntzaren abiadurarik handiena  $(0, 1)$  puntuan.

7.- Aurkitu  $x^2 + 2y^2 = 2$  baldintza betetzen duten  $f(x, y) = x^2 + y^2$  funtzioaren muturrak.

8.-  $F(x, y, z) = g(yz^2) + g(z) + x^2 + y^2 - 2$  funtzioa eta  $P(x, y, z) = (0, 0, 0)$  puntua emanik, non  $g$  eta bere deribatuak funtzio jarraituak diren,

- Aztertu zeintzuk diren  $g$  funtzioak bete behar dituen baldintzak  $F(x, y, z) = 0$  ekuazioak  $z = z(x, y)$  funtzio implizitua defini dezan  $P$  puntuaren ingurunean.
- Aurreko ataleko baldintzak betetzen direla suposatuz, aztertu ea  $z = z(x, y)$  funtzioak puntu kritikoa duen  $(0, 0)$  puntuan, eta, baieztatu kasuan, sailkatu.