SEGIDAK – SERIEAK – BERRETURA-SERIEAK – SERIEZKO GARAPENAK

(17/18 – 18/19)

1.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+(n+1)^2+\ldots+(2n)^2}{n^3}$

2.- Kalkula ezazu $\lim\limits_{n\to\infty} a^n \cdot \sin\left(\dfrac{1}{a^{n-1}}\right) \quad \forall a>0$

3.- Kalkulatu hurrengo segidaren limitea:

$$\{a_n\}=\left\{\sqrt{5},\, \sqrt{5\sqrt{5}},\, \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}},\ldots\right\}$$

4.- Kalkulatu: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{3n\cdot(3n+1)\cdot\ldots\cdot(3n+n)\cdot 3^{3n}}{n^n\cdot 4^{4n}}}$

5.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{1+\dfrac{1}{n^2}}-1}{n^\alpha} \quad \forall \alpha\in\mathbb{R}$

6.- Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}}\left(\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\right)$

7.- $a_n=\dfrac{2^n}{n^3+b^n} \quad \forall b\in\mathbb{R}^+$, gai orokorra emanik,

a) Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

b) Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ seriearen izaera

8.- $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$ ezagutuz, kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2-a_n}{2-a_n-(a_n)^2}\right)^{\frac{1}{\mathrm{L}\left(1+\tan^2(a_n)\right)}}$.

9.- $a_n=\dfrac{3^n}{n^2+\mathrm{L}n+a^n}$ gai orokorra emanik, non $a>0$,

a) Kalkulatu $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$

b) Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ seriearen izaera.

10.- Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^n-\dfrac{2n}{n+1}\right)^{-n}$ seriearen izaera

11.- Aztertu $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$ seriearen izaera.

12.- Azter ezazu $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n+\frac{1}{n^{\alpha}}\right)$ seriearen izaera, non $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ konbergentea den, $a_n \geq 0 \;\; \forall n$ eta $\alpha \in \mathbb{R}$.

13.- Azter ezazu $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+n^6+(n!)^2}{(2n)!+n^{20}+(\mathrm{L}n)^{50}}$ seriearen izaera.

14.- Aztertu hurrengo seriearen izaera eta, konbergentea bada, kalkulatu bere batura:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n/2}}+\frac{(-1)^n}{3^{n/2}}\right)$$

15.- Izan bedi $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ gai ez-negatiboko serie konbergentea. Estudiatu hurrengo serieen izaera:

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty}\tan^2\left(\sqrt{a_n}\right)$

16.- Arrazoitu ea hurrengo baieztapenak egiazkoak ala gezurrezkoak diren eta, gezurrezkoak badira, eman kontrako adibide bat:

a) Serie konbergente guztiak absolutuki konbergenteak dira.

b) Edozein serie konbergente, segida konbergente batetik dator.

c) Gai ez-negatiboen serie bat aldi berean konbergentea eta ez absolutuki konbergentea izan daiteke.

d) Baldin $\lim_{n\to\infty} a_n = l$ bada, orduan $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ seriea beti konbergentea da.

17.- $f(x)=e^x$ funtzioaren berretura-seriezko garapena erabiliz, $e^x=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} \quad \forall x\in\mathbb{R}$, determinatu, arrazoituz, zenbat batugai hartu behar dira garapen horretan $e^{-1/4}$ -aren balio hurbildua kalkulatzeko, errorea 10^{-2} baino txikiagoa izanik.

18.- Aurkitu hurrengo funtzioen berretura-seriezko garapena, non balio duten adieraziz:

a) $f(x)=\mathrm{L}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

b) $g(x)=\mathrm{L}\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$

19.- a) Aztertu $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{e^{(n+2)b}}{3^{n+2}\cdot(n+2)}$ seriearen izaera, $b\in\mathbb{R}$ parametroaren balioen arabera.

b) Kalkulatu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n+2}$ berretura-seriearen batura, konbergentzi arloa non balio duen adieraziz.

c) Aurreko bi ataletan lortutako emaitzak erabiliz, aurkitu a) ataleko seriearen batura $b=1$ eta $b=2$ balioetarako.

20.- Aurkitu $f(x)=\mathrm{L}(a+bx)$, non $a>0$ eta $b>0$, funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

21.- $f(x)=x\cdot\mathrm{L}\left(1+x^2\right)$ funtzioa emanik,

a) Aurki ezazu f -ren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Lor ezazu $f^{27)}(0)$ -ren balioa.

c) Kalkula ezazu $f(0.1)$-aren bali hurbildua, errorea $\varepsilon<10^{-5}$ izanik.

22.- a) Aurkitu $f(x)=5+\arctan(5x)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Kalkulatu $\arctan\left(\frac{5}{100}\right)$-ren balio hurbildua, errorea 10^{-2} baino txikiagoa izanik.

23.- a) Aurkitu $f(x)=\arctan\left(4x^2\right)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Kalkulatu $f^{5)}(0)$ eta $f^{10)}(0)$.