SEGIDAK – SERIEAK – BERRETURA-SERIEAK – SERIEZKO GARAPENAK

(15/16 – 16/17)

1.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\arctan\left(n^3\right)\cdot \mathrm{L}\left(5e^{2/n}-4\right)\cdot n}{\left(3n^2+\mathrm{L}n\right)\cdot \sin\left(\dfrac{1}{n^2+1}\right)}$

2.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\sin(n+1)\cdot \mathrm{L}n}{n^a} \quad \forall a \geq 0$

3.- Adierazi, <u>arrazoituz</u>, ea hurrengo baieztapenak zuzenak diren, eta, ez izatekotan, <u>kontradibidea</u> jarri:

a) Edozein serie konbergente, absolutuki konbergentea da.

b) Edozein serie konbergente, segida konbergentetik sortzen da.

c) Baldin $\lim_{n\to\infty} a_n = \ell \in \mathbb{R}$, orduan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konbergentea da.

4.- Estudiatu $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos^n x}{n^a}$ seriearen izaera $x \in [0,\pi]$ eta $a \in \mathbb{R}$ parametroen balioen arabera.

5.- $a_n = \dfrac{\left(\sqrt[n]{1+\dfrac{1}{n}}-1\right)}{n^a} \quad \forall a \in \mathbb{R}$ gai orokorra emanik,

a) Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} a_n$

b) Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriearen izaera.

6.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \dfrac{\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^4}+\dfrac{1}{2^6}+\ldots+\dfrac{1}{2^{2n}}}{a^2+a^4+a^6+\ldots+a^{2n}} \quad \forall a \neq 0$

7.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \dfrac{e+e^{1/2}+e^{1/3}+\ldots+e^{1/n}-n}{\mathrm{L}n}$

8.- Adierazi, erantzuna arrazoituz, ea hurrengo serieak konbergenteak diren:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n^{-3/2}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \dfrac{\mathrm{L}\left(4n^4+5n\right)}{\mathrm{L}\left(2n^2+1\right)}$

9.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{a+2}{2}\right)^{2n} \cdot \sin\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$ seriearen izaera, $a \in \mathbb{R}$ parametroaren balioen arabera.

10.- Aurkitu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ berretura-seriearen konbergentzi arloa, eta kalkulatu bere batura.

11.- a) Kalkulatu $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{3n+2}}{8^n}$ berretura-seriearen konbergentzi arloa eta batura.

b) Kalkulatu aurreko atalean lortutako funtzioaren 14. mailako deribatuaren balioa $x = 0$ puntuan.

12.- Aurkitu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \cos\left(\frac{1}{2n}\right)}{(n+1)^2} \cdot x^n$ berretura-seriearen konbergentzi arloa.

13.- MacLaurin-en 4. mailako polinomioa erabiliz, hurbildu $\cos\left(\frac{1}{4}\right)$ -aren balioa, eta mugatu hurbilketa horretan egindako errorea.

14.- Aurkitu $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ eta $h(x) = \frac{x}{(1-x)^2}$ funtzioen berretura-seriezko garapenak, non balio duten adieraziz.

8.- Erantzun, arrazoituz (beharrezkoa bada, kontradibide bat jarriz), hurrengo galderak:

a) Ba al da egia $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n \quad \Rightarrow \quad a_n \sim b_n$?

b) Baldin $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konbergentea bada, orduan $\{a_n\}$ konbergentea da?