INPLIZITUAK – MUTURRAK (15/16 – 16/17)

1.- Izan bedi $\begin{cases} F(t,x,y) = x^2 + y + t^2 - 2 = 0 \\ G(t,x,y) = \sin(ty) - \cos(x-t) + 1 = 0 \end{cases}$ ekuazio-sistema.

a) Egiaztatu ea $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ funtzio inplizituak definitzen dituen $P(t,x,y) = (1,1,0)$ puntuaren ingurune batean.

b) Izan bedi planoan definituriko $C \equiv \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ kurba. Aurkitu $A(x,y) = (2,3)$ puntutik pasatzen den zuzena, C kurbari dagokion $t = 1$ puntuko zuzen ukitzailearekiko paraleloa delarik.

2.- Lortu $f(x,y) = x^2 - xy + y^2$ funtzioaren mutur absolutuak hurrengo multzoan:

$$M = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x \geq 0 \,,\ |x| + |y| \leq 1 \right\}$$

3.- $F(x,y,z) = 2x^3 - 3x^2 - y^2 + 2xyz^3 - z + 1 = 0$ ekuazioa emanik,

a) Eztabaidatu ea $P(x,y,z) = (1,0,0)$ puntuaren ingurune batean ekuazio horrek x eta y aldagaiko z funtzio inplizitua definitzen ote duen ($z = z(x,y)$).

b) $(x,y) = (1,0)$ puntua $z = z(x,y)$ funtzioaren muturra da? Arrazoitu erantzuna.

4.- $F(x,y,z) = xy + e^y - 1 + \int_0^{2y} \sin\left(t^3 + t\right) dt + \int_{-2z}^{0} \cos\left(t^2\right) dt$ funtzioa eta $P(x,y,z) = (0,0,0)$ puntua emanik,

a) Aztertu ea $F(x,y,z) = 0$ ekuazioak $z = z(x,y)$ funtzio inplizitua definitzen duen P puntuaren ingurunean.

b) Kalkulatu z'_x , z'_y eta z''_{yx} (0,0) puntuan

5.- Kalkulatu $f(x,y) = x^3 - 3axy + y^3$ funtzioaren mutur erlatiboak. Sailkatu $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ parametroaren balioen arabera.

6.- $\begin{cases} x + 2y + 2u + e^u + v = 1 \\ xy + u + v + \sin v = 0 \end{cases}$ ekuazio-sistemak $P = (0,0,0,0)$ puntuaren ingurunean $u = u(x,y)$ eta $v = v(x,y)$ funtzio inplizitu diferentziagarriak definitzen dituela jakinda, $f(x,y) = u(x,y) + v(x,y)$ funtzioa eraikitzen da. Kalkulatu f funtzioaren deribatu direkzionala $y = 3x + x^2$ kurbari dagokion (0,0) puntuko zuzen ukitzailearen norabidean.

7.- Kalkulatu $f(x,y) = x^2 - 4xy + 5$ funtzioaren mutur absolutuak $M = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, 0 \leq x \leq 4,\, 0 \leq y \leq \sqrt{x} \right\}$ multzoan.