SEGIDAK – SERIEAK – BERRETURA-SERIEAK – SERIEZKO GARAPENAK

(13/14 – 14/15)

1.- Kalkulatu $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(4n^3-2n+3\right)\cdot \mathrm{L}\left(\cos\left(\frac{1}{2n}\right)\right)\cdot \arctan\left(e^{1/n^2}-1\right)}{\sin\left(\frac{3}{n}\right)\cdot \arctan\left(\frac{n^2+1}{n+3}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi n+1}{n-2}\right)}$

2.- Kalkulatu $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}}{\sqrt[n]{n}}$

3.- Kalkulatu $\displaystyle a_n=\frac{\sin\left(\frac{n}{n^2-1}\right)\cdot \mathrm{L}\left(\frac{3n^2-1}{3n^2+1}\right)}{\arctan\left(\frac{1}{n^3}\right)\cdot\cos\left(\frac{1}{n}\right)}$ gai orokorra duen segidaren limitea.

4.- Kalkulatu hurrengo limiteak:

a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{\left(2n^2\right)^n}}$

b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1+2^p+3^p+\ldots+n^p}{n^{p+1}}$, $p=-2$ eta $p=2$ balioetarako.

5.- Aztertu hurrengo serieen izaera:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{2n}}{n}$

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arctan\left(\frac{1}{n}\right)\right)^4$

6.- Aztertu, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3^n}-\frac{1}{n(n+4)}\right)$ seriearen izaera.

7.- Zenbat batugaia batu behar dira $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n+1}$ seriean, bere baturaren balio hurbildua lortzeko, egindako errorea 0.001 baino txikiagoa izan dadin? Garapena arrazoitu.

8.- Izan bitez $a_n=n^{1/n}$ eta $b_n=\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ gai orokorrak.

a) Estudiatu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ eta $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ serieen izaera.

b) Kalkulatu $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{b_1+b_2+\ldots+b_n}$.

9.- Izan bitez $a_n=\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ eta $b_n=\frac{1+(-1)^n}{n}$ gai orokorrak.

a) Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} a_n$ eta $\lim_{n\to\infty} b_n$.

b) Estudiatu ea $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ serieak konbergenteak ote diren.

10.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{a^{2n}}$ seriearen izaera $\forall a \in \mathbb{R}-\{0\}$.

11.- a) Kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+1)}{e^n} \cdot x^n$ berretura-seriearen batura, non balio duen adieraziz.

b) Aurreko emaitza erabiliz, kalkulatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n+1)}{e^n \cdot 2^n}$ eta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)\cdot 3^n}{e^n}$ serieen batura.

12.- Aurkitu $f(x) = \arctan\left(x^2\right)$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

13.- a) Aurkitu $f(x) = \frac{1}{4}\arctan(4x) + 3$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Kalkulatu $f^{51)}(0)$.

14.- Kalkulatu hurrengo limiteak:

a) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!}{\left(2n^2\right)^n}}$

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{1+2^p+3^p+\ldots+n^p}{n^{p+1}}$, $p=-2$ eta $p=2$ balioetarako.

15.- Izan bitez $a_n = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$ eta $b_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$ gai orokorrak.

a) Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} a_n$ eta $\lim_{n\to\infty} b_n$.

b) Estudiatu ea $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ serieak konbergenteak ote diren.

16.- Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{a^{2n}}$ seriearen izaera $\forall a \in \mathbb{R}-\{0\}$.

17.- a) Aurkitu $f(x) = \frac{1}{4}\arctan(4x) + 3$ funtzioaren berretura-seriezko garapena, non balio duen adieraziz.

b) Kalkulatu $f^{51)}(0)$.

18.- Kalkulatu $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\right)$

19.- Izan bitez $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eta $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ non $a_n \geq 0$ eta $b_n \geq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

a) Baldin $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell < 1$, orduan $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ izan daiteke?

b) Baldin $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 3$, orduan $a_n \sim b_n$?

c) Baldin $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriea $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ seriearen maiorantea bada eta $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell < 1$, zer esan daiteke bi serieen izaerari buruz?

d) Baldin $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ seriea $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ seriearen minorantea bada eta $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, zer esan daiteke bi serieen izaerari buruz?

20.- Aurkitu $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{3n}}{3n}$ berretura-seriearen konbergentzi arloa, eta kalkulatu bere batura.