FUNTZIO INPLIZITUAK ETA MUTURRAK (10/11 – 11/12 – 12/13)

1.- $\begin{cases} F(x,y,z,u) = xu + yz + 1 = 0 \\ G(x,y,z,u) = x^2 - y^2 + z - u^2 = 0 \end{cases}$ sistema emanik:

a) Estudiatu $z = z(x,y)$ eta $u = u(x,y)$ funtzioak definitzen ote dituen $P(x,y,z,u) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, -1\right)$ puntuaren ingurune batean.

b) Kalkulatu z'_x eta u'_x $Q(x,y) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ puntuan

2.- Garesti samarra den material isolatzailea erabiliz, *R* erradioko eta *h* altuerako ontzi zilindriko itxia eraiki nahi da, $2\pi\ m^3$-ko kapazitatekoa. Aurkitu *R* eta *h*, ontzi bakoitza eraikitzeko beharrezkoa den materialaren kantitatea minimoa izan dadin.

3.- $\begin{cases} F(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 0 \\ G(x,y,z) = \alpha \cdot \mathrm{L}x + \beta \cdot \mathrm{L}y + \gamma \cdot \mathrm{L}z = 0 \end{cases}$ ekuazio-sistema emanik:

a) Aurkitu $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ parametroen artean egon behar duten erlazioak, $P(x,y,z) = (1,1,1)$ puntuaren ingurune batean aurreko sistemak $y = y(x)$ eta $z = z(x)$ funtzio diferentziagarriak defini ditzan.

b) $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 2$ balioetarako har dezagun aurreko sistemak definituriko $y = y(x)$ eta $z = z(x)$ funtzio-bikotea. Aztertu ea $z = z(x)$ funtzioak mutur erlatiborik duen $x = 1$ puntuan eta, baiezko kasuan, zein motatakoa den.

4.- $\begin{cases} F(x,y,z,t) = e^{x-z} + yt + 3 = 0 \\ G(x,y,z,t) = e^{y+t} - xz = 0 \end{cases}$ sistema emanik:

a) Aztertu $z = z(x,y)$ eta $t = t(x,y)$ funtzioak definitzen ote dituen $P(x,y,z,t) = (1,2,1,-2)$ puntuaren inguruen batean.

b) Izan bedi $h(x,y) = z(x,y) + t(x,y)$. Kalkulatu $h'_x(1,2)$.

5.- Aurkitu $f(x,y) = x^2 + y^2$ funtzioaren mutur absolutuak $M = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,/\, x^2 - 1 \le y \le 1\right\}$ multzoan.

6.- $F(x,y,z) = x + \frac{y^2}{2} - \frac{1}{z^2} - \frac{11}{4} = 0$ ekuazioa emanik:

a) Kalkulatu $a \in \mathbb{R}$ parametroaren balioa, ekuazio horrek *x* eta *y* aldagaiko *z* funtzio inplizitua defini dezan ($z = z(x,y)$), $P(x,y,z) = (a,2,2)$ puntuaren ingurune batean.

b) Aurkitu $z = z(x,y)$ funtzioaren gradientea $(a,2)$ puntuan.

7.- Aurkitu $C \equiv \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x^2 + \left(y - \frac{1}{2} \right)^2 = 1 \end{cases}$ kurba itxitik $z = 0$ planora dauden distantzia maximoa eta minimoa.

8.- $\begin{cases} x^2 + 2y^3 - z + 1 = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases}$ ekuazio-sistema emanik,

a) Aurkitu $a, b \in \mathbb{R}$ parametroen balioak, sistema horrek x aldagaiko y eta z funtzio inplizituak ($y = y(x)$, $z = z(x)$) defini ditzan $P(x, y, z) = (a, 0, b)$ puntuan.

b) Izan bedi $h(x) = x^2 + y(x) - z(x)$. Egiaztatu funtzio honek mutur erlatiboa duela $x = -1$ puntuan, eta sailkatu.

9.- a) Frogatu $F(x, y, z) = z - \mathrm{L}(xyz) = 0$ ekuazioak $z = z(x, y)$ funtzio inplizitua definitzen duela $P(x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, e^2, 2 \right)$ puntuaren ingurune batean.

b) Kalkulatu z'_x eta z'_y $Q(x, y) = \left(\frac{1}{2}, e^2 \right)$ puntuan. Puntu hau $z = z(x, y)$ funtzioaren mutur erlatiboa da?

10.- $F(x, y, z) = z^2 x^2 + xy^2 + z^2 - 5 = 0$ ekuazioa eta $A(x, y, z) = (0, 0, 0)$, $B(x, y, z) = (2, 0, 1)$ eta $C(x, y, z) = (5, 1, 0)$ puntuak emanik:

a) Estudiatu, puntu horietatik, zeinetan definitzen duen emandako ekuazioak $z = z(x, y)$ funtzio inplizitua.

b) Aurreko atalean lortutako punturako edo puntuetarako, aurkitu $z = z(x, y)$ funtzioak definituriko gainazalaren bektore normala, eta dagokion plano ukitzailea.