

MATEMATIKA GEHIPENA II
AZTERKETA FINALA - 1999ko OTSAILAREN 4a

LEHENENGO ARIKETA

A) $f(z) = \frac{z^3 \sin(2z)}{z^4 - 1}$ funtzioa emanda,

1) Bere hondar guztiak kalkula itzazu.

2) Kalkula ezazu, norantza positibotan, $\oint_C f(z) dz$, C honako kurba hau izanik

$$C \equiv \begin{cases} y = -1/2; & y = 3 \\ x = -4; & x = 4 \end{cases}$$

(4 puntu)

B) f funtzio oso bat,

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + a_4 z^4 + \dots$$

motako serie batez adierazia bada,

1) $g(z) = f(f(z))$ funtzioaren Maclaurin seriezko garapeneko aurreneko hiru gai ez nuluak kalkula.

2) Aurreko emaitzan oinarrituta, $g(z) = e^{(e^z - 1)} - 1$ funtzioaren Maclaurin garapena aurki, hirugarren mailako berredurara arte.

(6 puntu)

Ariketa hau azterketa hasi eta 50 minutura jasoko da.

BIGARREN ARIKETA

A) 1) $v(x, y) = x^2 + y^2$ funtzioa, izan al daiteke $f(z)$ funtzio analitikoren baten zati irudikaria? Eta $v(x, y) = x^2 - y^2$ funtzioa?

2) Ahal bada, kasuetako bakoitzari dagokion $f(z)$ funtzio analitikoak kalkula, $u(x, y)$ bere zati erreala adierazirik.

(4 puntu)

B) 1) Gaussen Batzbesteko Balioaren teorema enuntzia.

2) Aurreko teoremako integralaren zati erreala eta irudikaria bereiziz, arrazoituz erantzun ea egia den zirkulu batean harmonikoa den edozein funtzioaren zentroko balioa mugako balioen batzbestekoa den.

3) **Aplikazioa:** kalkula ahalik eta era errazenez $x^2 - y^2$ eta z^2 funtzioen batzbesteko balioa $|z - 2| = 1$ zirkunferentziaren gainean.

(6 puntu)

Astia: 50 minutu.

15 minutuko ATSEDENALDIA

MATEMATIKA GEHIPENA II
AZTERKETA FINALA - 1999ko OTSAILAREN 4a

HIRUGARREN ARIKETA

$$f(t) = H\left(t + \frac{1}{2}\right) - H\left(t - \frac{3}{2}\right)$$

funtzioa aintzakotzat hartuta, non $H(t)$ -k jatorrian zentratutako maila funtzioa (edo Heavisiderena) adierazten duen, hurrengo adierazpen analitiko honek emandakoa,

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{balidin } t < 0 \text{ bada} \\ 1 & \text{balidin } t \geq 0 \text{ bada} \end{cases}$$

honako hauek eskatzen dira:

- A) $g(t)$, $f(t)$ ren $[-1,2)$ luzapen periodikoa, grafikoki adieraztea. (1 puntu)
- B) $g(t)$ -ren Fourier seriezko garapena kalkulatzea. Ba ote da ardatz traslazio/ aldagai aldaketaren batez kalkulua errazteko biderik, funtzio bikoiti edo bakoiti bat erabiliz? Hala bada, zuri ezazu eta erabil ezazu. Ez bada, prozedura arrunta erabil. (3 puntu)
- C) Zein/zeintzu puntutan etorriko dira bat $g(t)$ funtzioaren garapenaren batura eta $g(t)$ funtzioa bera? Erantzuna zuri ezazu. (1 puntu)
- D) $F(\omega)$, $f(t)$ ren Fourier transformatua, kalkulatzea, bi era desberdinez: bat, zuzenean, eta bigarrena, denborako traslazioaren propietatea erabiliz. Egiazta ezazu emaitza bera lortzen dela. (5 puntu)

Astia: 60 minutu