

MATEMATIKA GEHIPENA – BIGARREN AZTERKETA PARTZIAL
2009ko MAIATZAK 15

• 1. ARIKETA

A) Hartu aintzakotzat honako funtzio hauek:

$$f(z) = z \cdot \text{Log } z \quad \text{y} \quad g(z) = \frac{\sin(i\pi z)}{(2z-i)(z^2+1)^2}.$$

Eskatzen da:

A1) Sailka itzazu $h(z) = f(z) + g(z)$ funtzioaren singularutasun isolatuak.

A2) Zenbat garapen onartzen ditu $h(z)$ -k $(z-i)$ -ko berreduratan? Eta $(z-2)$ -ko berreduratan? Aipatu, kasu bakoitzean, lorturiko garapen mota.

A3) Gara ezazu $f'(z)$ funtzioa $(z-2)$ -ko berreduratan.

A4) Gara ezazu $f(z)$ funtzioa $(z-2)$ -ko berreduratan.

(5 puntu)

B) **B1)** Kalkula ezazu $F(z) = \left(\frac{1}{\cos(2z)}\right)^2$ funtzioaren Maclaurin garapeneko lehenengo 3 gai ez-nuluak. (1.5 puntu)

B2) Kalkula itzazu honako hondar hauen balioak:

$$(i) \text{Res} \left[F(z) \cdot \frac{e^z - 1}{z^4}, 0 \right] \quad (ii) \text{Res} \left[\frac{z}{F(z) - 1}, 0 \right] \quad (iii) \text{Res} \left[\frac{1}{F(z) - 1}, 0 \right]$$

(3.5 puntu)

Denbora 45 minutu

• 2. ARIKETA

1. Kalkula ezazu honako integral honen Cauchy Balio Nagusia, kalkuluan egindako pausuak justifikatuz: $\int_0^{\infty} \frac{\sin(\pi x) \cdot \cos(\pi x)}{x + x^3} dx$

(3.5 puntu)

2. Bedi C_a mugaldea, $|z - \pi| = a$ formulak definitua. Konproba ezazu, **bi era desberdinetara**,

$$\int_{C_a} \frac{\sin(z)}{(z - 2\pi)^2 \cdot (z + \pi)} dz \text{ integralak balio berdina hartzen duela } a \in (\pi, \infty) \text{ balio guztietarako.}$$

(4 puntu)

3.

3.1 Enuntzia itzazu modulo maximo eta minimoaren printzipioak.

3.2 Bedi -1 , $1+i$ eta $1-i$ erpinek definituriko triangelua. Eman, esplizituki, bi funtzio zeintzuen moduluek triangelu horren mugaldean minimoa hartzen ez dutenak.

(2.5 puntu)

Denbora 45 minutu