

MATEMATIKA GEHIPENA – BIGARREN AZTERKETA PARTZIAL  
2007ko MAIATZAK 11

• 1. ARIKETA

A1) Bedi  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ . Froga ezazu ondorengo desberdintza:

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$

(3 puntu)

A2)  $f(z)$  funtzioak  $z_0$  puntuan  $m$  ordenako zero bat duela eta  $g(z)$  funtzioak adierazitako puntuan  $n$  ordenako polo bat duela jakinik, **arrazoi ezazu** zein motatako singularutasun edo zero duten ondorengo funtzioek  $z_0$  puntuan:

a)  $f \cdot g$       b)  $g - \frac{1}{f}$       c)  $\frac{1}{g'}$

(3 puntu)

A3) Cauchy-ren teorema erabiliz, kalkula ezazu ondorengo integralaren balioa,  $a, b > 0$  eta  $a, b \notin \mathbb{Z}$  izanik.

$$\oint_{|z|=3} \frac{z^2 - 1}{(z + a)(z - b)^2} dz$$

(3 puntu)

• 2. ARIKETA

B1) Ondorengo funtzioa emanda,

$$f(z) = \frac{1}{(z+1)(z^2+4z+4)} + \text{Log}(z+3),$$

determina itzazu analitiko eta grafikoki zeintzu eremutan gara daitekeen  $(z-1)$ -ezko berreduratan, eta adieraz ezazu zein motatako serie garapena (Taylor ala Laurent) lortzen den eremu bakoitzean.

(2 puntu)

B2) Kalkula ezazu hurrengo integralaren balioa:

$$\oint_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{z+1}{\sin^3(\pi z)} dz$$

(3 puntu)

B3) Kalkula ezazu ondorengo integral inpropioaren Cauchy-ren Balio Nagusia:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2 \sin(2x) \cos x - \sin x}{(x-i)} dx$$

(3 puntu)

B4) Kalkula itzazu  $\frac{1}{\sin^2 z}$  funtzioaren  $z$ -zko berreduratako garapeneko aurreneko hiru gai ez-nuluak.

(3 puntu)

**DENBORA TOTALA: Ordu 1 eta 40 minutu (45 minutu pasata, 1. Ariketa entregatuko da)**