MATEMATIKA GEHIPENA – LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2006ko OTSAILAK 3

- ***3. ARIKETA***

A) Kontsideratu ondorengo ekuazio diferentzial: $y'+y=g(t)$, zeinen soluzio partikular bat $y_1(t)$ funtzioa den, non: $\mathcal{L}\left[e^t \cdot y_1(t)\right]=\dfrac{9}{s^3-6s^2+9s}$ betetzen den. Aurki itzazu:

1. $Y_1(s)$ 2. $y_1(t)$ 3. $G(s)$ 4. $g(t)$

(3.5 puntu)

B) **Enuntzia eta froga ezazu** Fourier transformaturako konboluzio teorema denborazko eremuan.

(3 puntu)

C) Bitez ondorengo funtzioak:

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<-1\\ -1 & -1<t<0\\ 0 & t>0\end{cases} \quad eta \quad g(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ sin(\pi t) & 0<t<1\\ 0 & t>1\end{cases}.$$

1.- Definitu funtzio hauek Heaviside-ren funtzioa erabiliz.
2.- h(t) = f(t)*g(t) konboluzioa kalkula eta grafikoki adieraz ezazu.

(3.5 puntu)

Denbora: 45minutu.

4. ARIKETA

A) Bedi f(x) T periodoko funtzio periodiko bat, eta

$\varphi(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\dfrac{2n\pi x}{T}\right)+b_n \sin\left(\dfrac{2n\pi x}{T}\right)$ bere Fourier serie garapena. Zein sinplifikazio lortzen dira ondorengo kasu bakoitzean? Adieraz itzazu, kasu bakoitzean, seriearen koefizienteen kalkulurako adierazpen analitikoak.

1º.- $\begin{cases} f(-x)=f(x)\\ f(x+T/2)=f(x)\end{cases}$ 2º.- $\begin{cases} f(-x)=f(x)\\ f(x+T/2)=-f(x)\end{cases}$

3º.- $\begin{cases} f(-x)=-f(x)\\ f(x+T/2)=f(x)\end{cases}$ 4º.- $\begin{cases} f(-x)=-f(x)\\ f(x+T/2)=-f(x)\end{cases}$

Kasu bakoitzerako, emandako baldintzak betetzen dituen funtzio baten adierazpen grafikoa eman ezazu.

(3 puntu)

B) B1) Aurreko atalaren emaitzak erabiliz, $[0,c]$ tartean $f(x)=\begin{cases} x & 0\le x\le c/2\\ c-x & c/2\le x\le c\end{cases}$ funtzioarekin bat datorren $\varphi_1(x)$ sinu serie garapen bat lor ezazu.

B2) Ahalik eta periodorik txikiena hartuz, lor ezazu $\varphi_2(x)$ kosinu serie garapen bat, [0, c] tartean f funtzioarekin bat datorrena.

B3) Funtzioaren simetria erabiliz, B2) atalean lorturiko koefizienteen artean, zehatz ezazu zeintzuetarako jakin dezakegu antzemanez deuseztatzen direla. Arrazoitu erantzuna. Plantea itzazu deuseztatzen ez diren koefizienteei dagokien integralak, integrakizuna ezplizituki adieraziz.

B4) Aurreko emaitzetik abiaturik, kalkula ezazu $\sum_{n=1}^{\infty}(2n-1)^{-2}$.

Oharra: $\int x\cdot sin(ax)dx=\dfrac{sin(ax)}{a^2}-\dfrac{x\cdot\cos(ax)}{a}+C$; $\int x\cdot\cos(ax)dx=\dfrac{\cos(ax)}{a^2}+\dfrac{x\cdot sin(ax)}{a}+C$

(7 puntu)

Denbora: 45minutu.

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHEN AZTERKETA PARTZIAL
2006ko OTSAILAK 3

- ***1. ARIKETA***

A) $z^2-(3+4i)\cdot z+(-1+7i)=0$ ekuazioaren z_1 eta z_2 erroen afixuak hexagono erregular baten zentrua eta $\overline{AB}$ alde baten erdipuntua dira, hurrenez hurren. A eta B erpinen afixuak aurki itzazu, $\mathrm{Im}(z_1)<\mathrm{Im}(z_2)$ jakinik.

(6 puntu)

B) Bedi $u(x,y)=a\,x^2+b\,y^2-x$, non $a\in\mathbb{N}$ ($a\neq 0$) eta $b\in\mathbb{Z}$ dugun.

1.- Aurki ezazu a eta b zenbakien arteko erlazioa zeinerako u(x,y) funtzio oso baten zati erreala den.

2.- a-ren baliorik txikiena kontsideratuz, aurki itzazu u(x,y) funtzioaren v(x,y) funtzio harmoniko konjokatu guztiak.

(4 puntu)

Denbora : 45 minutu.

- ***2. ARIKETA***

A) Bitez $f(z)=x^3-3\,x\,y^2+i\left(3x^2y-y^3\right)$ eta $g(z)=-x^2+y^2+2x\,y\,i$ funtzioak. Aurki itzazu $Log\left[f(z)\right]$ eta $Log\left[g(z)\right]$ funtzioen analitikotasun eremurik haundienak.

(5 puntu)

B) B1) Ondorioztatu w = argsinh(z)-ren adierazpen logaritmikoa.
B2) Ebatz ezazu ondorengo ekuazioa : sinh(z) = sinh(iz)

(5 puntu)

Denbora 45minutu.