

MATEMATIKA GEHIPENA

2004 IRAILAREN 18

OHARRA: Azterketa honetako nota Matematika Gehipenako behin-betiko notaren 75%ari dagokio. Ikasgaia gainditzeko beharrezkoa izango da zati bakoitzean 4 edo nota handiago bat izatea.

LEHENENGO ARIKETA

A) A1) Defini ezazu analitikoki eta grafikoki pultsu laukizuzen unitarioa, jatorrian zentratua eta T iraupenekoa.

A2) Bedi $f(t)$ $[-T, T]$ tartean aurreko ataleko pultsu laukizuzenarekin bat datorren luzapen periodikoa. Ondoko hauek eskatzen dira:

1. $f(t)$ ren Fourier seriezko garapena.

2. A1) ataleko pultsu laukizuzenaren Fourier transformatua.

3. $g(t) = \frac{\sin(at)}{at}$, $a \in \mathfrak{R}$ funtzioaren Fourier transformatua.

4. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ seriearen batura.

5. $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(at)}{a^2 t^2} dt$ $a \in \mathfrak{R}$ kalkulatzeko.

(8.5 Puntu)

B)

$$f(z) = \frac{z}{(z^2 + \sqrt{3}y - i\sqrt{3}x - i)^5}$$

funtzioaren analitikotasun eremua zehatz ezazu.

(3 Puntu)

C) Ebatz ezazu hurrengo ekuazio hau:

$$\tan z = \frac{1}{\sqrt{3} - 2i}$$

(3.5 Puntu)

Astia: 1h.30m.

Oharra: ariketa honen ondoren 10 minutuko atsedinaldi bat egingo da, eta gero bigarren ariketa bat.

MATEMATIKA GEHIPENA

2004 IRAILAREN 18

BIGARREN ARIKETA

A) A1) Enuntzia ezazu Cauchyren teorema integrala (edo formula integrala) eta funtzio analitikoren deribatuei buruzko teorema.

A2) Bedi $f(z) = \frac{\cos z}{(z - \pi/2)^3}$. Gara ezazu $f(z)$ funtzioa $z_0 = \pi/2$ puntuaren ingurune laburtu

batean, eta erantzun ondoko galdera hauei:

1. Zer motako seriea da lortzen dena?
2. Zein da bere konbergentzi eremua?
3. Zer motatakoa da $f(z)$ funtzioaren z_0 singulartasuna?

A3) Kalkula ezazu, A1) ataleko teoremak aplikatuz, hurrengo integral hau:

$$\oint_{|z-\pi/2|=1} f(z) dz$$

Egiazta ezazu aurreko emaitza hondarren teoremaren bidez.

(8 Puntu)

B) Aurki ezazu

$$\left| \oint_{|z|=2} \frac{\text{Log } z}{z^2} dz \right|$$

magnitudearen goi borne bat, logaritmo funtzioaren ondoko adar hau hartuz:

$$\text{Log}(z) = \text{Log}|z| + i \cdot \text{Arg}(z) \quad , \quad -\pi/2 < \text{Arg}(z) \leq 3\pi/2$$

(2 Puntu)

C) Kalkula ezazu arrazoituz, aplikatuko diren teoremak adieraziz:

$$\oint_{|z|=2} \frac{|z| \cdot e^z}{z^2} dz$$

(2 Puntu)

D) Kalkula :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x \cdot \cos 2x}{(x+2)} dx$$

(3 Puntu)

Astia : 1h.30m.