MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2003ko URTARRILAREN 27

LEHENENGO ZATIA (1 h 25 min. GUZTIRA)

- ***1 ARIKETA***

A) $z^3+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i=0$ ekuazioaren erroetatik igarotzen den zirkunferentziari zirkunskribatzen zaion triangeluaren erpinen artean, kalkula ezazu (biraketaz) zati irudikaririk handiena duena, triangeluaren aldeak aurreko erro horietan zirkunferentziarekin ukitzaileak badira.

(5 puntu)

B) T periodoko $f_T(t)$ funtzio periodiko bati dagokion Fourier seriearen adierazpen orokorra honakoa da:

$$f_T(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)+b_n\sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)$$

$f(t)=t-H_1(t)(t-1)$ funtzioa emanik, bere lau luzapen grafikoki adieraztea eskatzen da (periodo bat baino gehiago adieraziz). Laurek (0,2) tartean berarekin bat etorri behar dute, eta beren Fourier seriezko garapenak

1. Kosinuzko eta sinuzkoa.
2. Sinuzkoa bakarrik.
3. Kosinuzkoa bakarrik (kasu honetan, integralak ebatzi gabe, plantea itzazu seriearen koefizienteak $f(t)$ ren funtziotan).
4. Sinu bakoitizkoa (hau da, seriaren adierazpenean *n* bakoitiak bakarrik).

(7 puntu)

Astia: 50 min.

- ***2 ARIKETA***

A) Dirac Delta ($\delta_a(t)=\delta(t-a)$) funtzioaren propietatetik:

Propietatea: Bedi *f* funtzioa jarraia *a* puntuan,

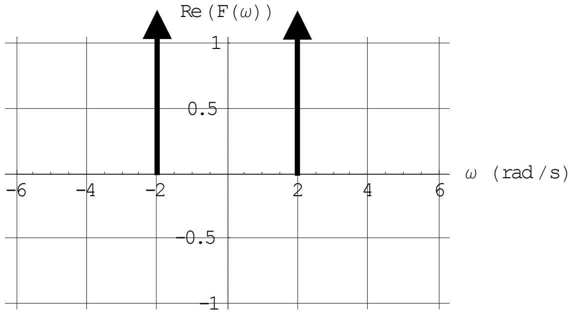
$$\int_c^d \delta(t-a)\cdot f(t)\cdot dt=\begin{cases} f(a) & c\le a\le d \\ 0 & \text{bestela}\end{cases}$$

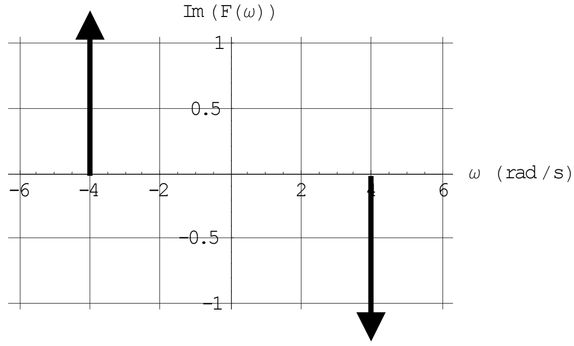
eta Fourier transformatuaren simetria propietatetik abiatuz, lor itzazu ondoko bi funtzio hauen transformatuak

$$f_1(t)=\delta(t-a);\ f_2(t)=e^{-iat}$$

B) Bi irudi hauek emanik:

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2003ko URTARRILAREN 27





$F(\omega)$ funzio baten zati erreal eta irudikariari dagozkienak, hurrenez hurren, lor ezazu bere Fourier alderantzizko transformatua.

(8 puntu)

Astia: 35 min.

10 MINUTUKO ATSEDENA

MATEMATIKA GEHIPENA – LEHENENGO AZTERKETA PARTZIALA
2003ko URTARRILAREN 27

BIGARREN ZATIA (1 h 30 min. GUZTIRA)

- ***3 ARIKETA***

A1) $g(t) = H(t-2) \cdot \sin^2(t-4)$ funtzioaren Laplace transformatua aurki.

(3,5 puntu)

A2) $f(t) = t \cdot \sinh(t) \cdot \sin(t)$ funtzioaren Laplace transformatua aurki.

(3 puntu)

Oharra: erabilitako propietateak adieraz.

A3) $F(s) = \dfrac{1}{e^{as}(s^2 + 2bs + b^2)s}$ $\begin{cases} b \in \Re \\ a > 0 \end{cases}$ funtzioaren alderantzizko Laplace transformatua aurki.

(3,5 puntu)

OHARRA: Laplace transformatu taula:

$f(t)$	t^n	$\sinh(at)$	$\cosh(at)$	e^{at}	$\sin(at)$	$\cos(at)$
$F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right]$	$\dfrac{n!}{s^{n+1}}$	$\dfrac{a}{s^2 - a^2}$	$\dfrac{s}{s^2 - a^2}$	$\dfrac{1}{s-a}$	$\dfrac{a}{s^2 + a^2}$	$\dfrac{s}{s^2 + a^2}$

Astia: 45 min.

- ***4 ARIKETA***

A) Aurki al daiteke $f(z)$ funtzio analitikoren bat, ardatz erreal negatiboan eta z=0 puntuan izan ezik analitikoa plano konplexu osoan, zeinaren zati erreala $u(x,y) = L\sqrt{x^2 + y^2}$ den? Erantzuna zuri ezazu. Baiezkoan, aurki ezazu $f'(z)$ z-ren funtziotan, eta baita x eta y ren funtziotan. Kalkula ezazu halaber $f(z)$ funtzioa.

(2 puntu)

B)

1. Ondorioztа ezazu $\cos(z) = \cos(x + iy)$ funtzioaren era binomikoa. (2 puntu)

2. Aurreko ataletik abiaturik, zehatz ezazu plano konplexuko zein puntutan den analitikoa $f(z) = \left[\cos\left(\dfrac{\pi}{z}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ funtzioaren determinazio nagusia.

(6 puntu)

Astia: 45 min.