MATEMATIKA GEHIPENA – AZTERKETA FINALA
2002ko IRAILAREN 20

OHARRA: Azterketa honetako nota Matematika Gehipenako behin-betiko notaren 75%-ari dagokio. Ikasgaia gainditzeko beharrezkoa izango da zati bakoitzean 4 edo nota handiago bat izatea.

Ariketa guztietan emandako urratsak zuzen azaldu behar izango dituzu.

1. ARIKETA:

A) 1. $f(t)=\begin{cases} 0\,, & -1<t\leq 0 \\ 1\,, & 0<t\leq 1 \end{cases}$, non $f(t+2)=f(t)$

funtzioaren Fourier seriearen era konplexua aurki.

2. Aurreko emaitzatik abiatuz, delako serie horren era trigonometrikoa lor.

(3 puntu)

B) B1) Fourier transformaturako, enuntzia ezazu Konboluzio teorema denborako eremuan.

B2) Bitez

$f(t)=\begin{cases} e^t & t\leq 0 \\ 0 & t>0 \end{cases}$ eta $g(t)=\begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-t} & t\geq 0 \end{cases}$. Ondokoak eskatzen dira:

1. $F(\omega)=\mathcal{F}\left[f(t)\right]$, eta $G(\omega)=\mathcal{F}\left[g(t)\right]$ kalkulatzea.

2. f eta g funtzioen konboluzioa, $h(t) = f(t)*g(t)$, kalkulatzea.

3. $H(\omega)=\mathcal{F}\left[h(t)\right]$ kalkulatzea, lehenik zuzenean eta bigarrenik konboluzio teoremaren bitartez.

Oharra: $\int_0^{\infty} e^{at}\cdot\sin(bt)dt=\dfrac{b}{a^2+b^2}$; $\int_0^{\infty} e^{at}\cdot\cos(bt)dt=\dfrac{-a}{a^2+b^2}$

(7 puntu)

Astia : 50 minutu

2. ARIKETA:

A) Kalkula itzazu triangelu aldekide (isoszele) baten hiru erpinen A, B, eta C afixuak, ondoko datu hauek jakinik:

- Alde ezberdinaren A, B afixuak

$$x^2-(4+4i)\,x+10i=0$$

ekuazioaren erroak dira.

- C erpinari dagokion garaiera AB aldearen luzeraren bikoitza da.
- C erpina zati irudikaririk txikiena duena da.

Oharra : kalkuluak zenbaki konplexuren arteko funtsezko eragiketaz bakarrik egin daitezke.

(3.5 puntu)

B) $$\int_C \frac{\mathrm{Log}(z)}{z^2-1}dz$$

integralaren moduluaren goi borne bat aurki, C jatorrian zentratutako eta R erradioko ($R<1$) zirkunferentzi arkua izanik, 0 argumentua duen puntutik abiatu eta 75º argumentua duen punturaino doana.

(3.5 puntu)

C) $f(z) = (z+1+2i)^2$ funtzioa emanik, $|z| \leq 2\sqrt{5}$ eskualdeko zein puntuetan iristen ditu $|f(z)|$-k bere balio máximo eta minimoa ?

(3 puntu)

Astia : 1 ordu.

Ariketa bi hauek eta gero 15 minutuko atsedenaldi bat egingo da eta ondoren hirugarren ariketa bat.

MATEMATIKA GEHIPENA – AZTERKETA FINALA
2002ko IRAILAREN 20

OHARRA: Azterketa honetako nota Matematika Gehipenako behin-betiko notaren 75%-ari dagokio. Ikasgaia gainditzeko beharrezkoa izango da zati bakoitzean 4 edo nota handiago bat izatea.

Ariketa guztietan emandako urratsak zuzen azaldu behar izango dituzu.

3. ARIKETA:

A) Aurki $\_\_^{-1}\,[F(\omega)]$, non $F(\omega)=\dfrac{\sin(a\omega)}{\omega^2+1}$ den, $a>0$ eta $t>a$ izanik.

Erabilitako propietateak adieraz.

(3.5 puntu)

B) Gara ezazu $f(z)=\dfrac{1}{e^z}+\sin^2\left(\dfrac{1}{2z}\right)$ funtzioa z-ren berredura seriez, baliozkotasun eremua adieraziz.

(2.5 puntu)

C) $\displaystyle\oint_C \frac{1}{(e^z-i)^3}\,dz$ kalkula, non $C:\ \left|z-\dfrac{5\pi i}{2}\right|=1$ den.

(4 puntu)

Astia : 1 ordu 10 minutu.