

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
MAYORES DE 25 AÑOS

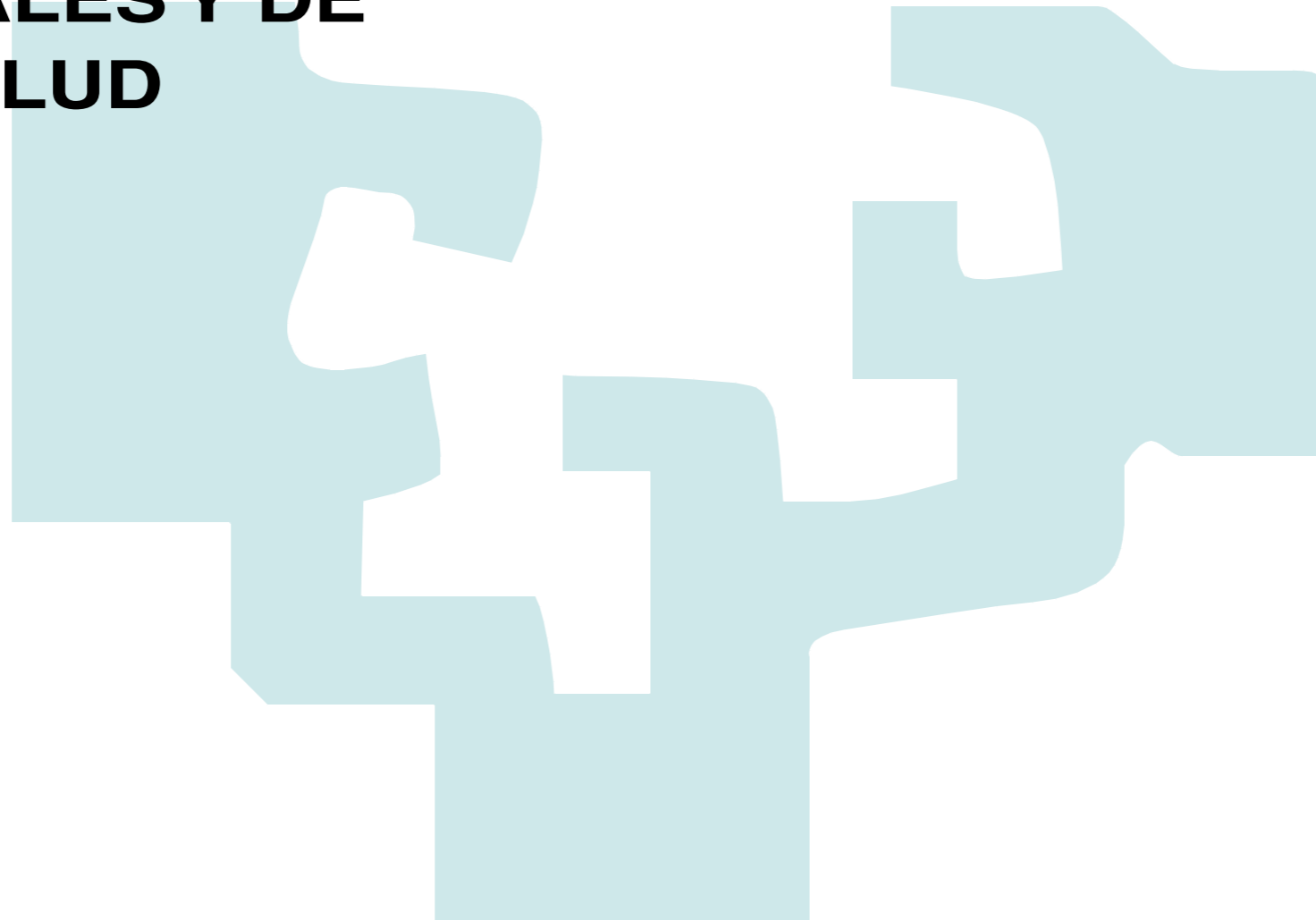
PRUEBA ESPECÍFICA

PRUEBA 2024

**MATEMÁTICAS
PARA LAS CIENCIAS
SOCIALES Y DE
LA SALUD**

PRUEBA

SOLUCIONARIO





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZIETAKO MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y
45 AÑOS

MAYO 2024

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES
Y DE LA SALUD**

Aclaraciones previas

- Tiempo de duración de la prueba: 1 hora
- Contesta a cinco de los seis ejercicios propuestos
- Cada ejercicio vale 2 puntos

- 1) Tenemos dos urnas con bolas de colores. La urna A contiene 3 bolas verdes, 5 bolas rojas y 4 bolas azules. La urna B contiene 2 bolas verdes, 2 bolas rojas y 3 bolas azules. Se saca, al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. Posteriormente se saca una bola de la urna B. Calcular las siguientes probabilidades:
 - a) La probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde.
 - b) La probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde sabiendo que de la urna A se ha sacado la bola roja.
 - c) Sabiendo que la bola extraída de la urna B es verde, la probabilidad de que la bola sacada de la urna A haya sido roja.
- 2) Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,80€ por cada pieza correcta que sale del almacén, pero por cada pieza incorrecta que fabrica, pierde 1€. En un día quiere fabricar 2250 bombillas y obtener un beneficio mínimo de 1710€. Calcula el número mínimo de bombillas correctas que debe fabricar para lograr su objetivo.
- 3) Hallar el área de recinto que delimitan las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZIETAKO MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y
45 AÑOS

MAYO 2024

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES
Y DE LA SALUD**

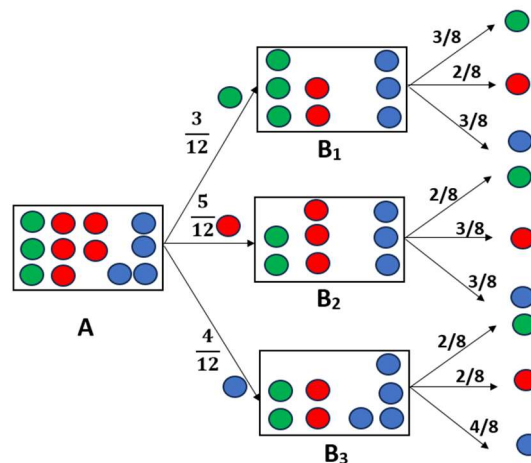
- 4) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos y haz un dibujo aproximado de la función:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

- 5) Tras la realización de un estudio, se ha llegado a la conclusión de que el tiempo medio que un adulto aguanta bajo el agua sin respirar es de 45 segundos, con una desviación típica de 7,3 segundos, ajustándose dichos datos a una distribución normal. Calcula los siguientes porcentajes:
- El porcentaje de adultos que aguanta más de 57 segundos.
 - El porcentaje de adultos que aguanta entre 39 y 57 segundos.
- 6) Los resultados publicados en diciembre de 2019 sobre la aplicación de la vacuna M72 en 3289 adultos infectados en Sudáfrica, Kenia y Zambia, revelaron que un 54% quedaron protegidos contra la tuberculosis pulmonar activa. Calcula las siguientes probabilidades:
- La vacuna haya sido efectiva en 1800 adultos.
 - La vacuna haya sido efectiva en menos de 1700 adultos.

RESOLUCIONES

- 1) Tenemos dos urnas con bolas de colores. La urna A contiene 3 bolas verdes, 5 bolas rojas y 4 bolas azules. La urna B contiene 2 bolas verdes, 2 bolas rojas y 3 bolas azules. Se saca, al azar una bola de la urna A y se mete en la urna B. Posteriormente se saca una bola de la urna B. Calcular las siguientes probabilidades:



- a) La probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde.

$$\begin{aligned}
 P(\text{Verde}B) &= P(\text{Verde}A \cap \text{Verde}B) + P(\text{Roja}A \cap \text{Verde}B) + P(\text{Azul}A \cap \text{Verde}B) \\
 &= \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{8} + \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8} + \frac{4}{12} \cdot \frac{2}{8} = \frac{9}{32} = 0,2813 = \%28,13
 \end{aligned}$$

- a) La probabilidad de que la bola extraída de la urna B sea verde sabiendo que de la urna A se ha sacado la bola roja.

$$P(\text{Verde}B/\text{Roja}A) = \frac{P(\text{Roja}A \cap \text{Verde}B)}{P(\text{Roja}A)} = \frac{2}{8} = 0,25 = \%25$$

- b) Sabiendo que la bola extraída de la urna B es verde, la probabilidad de que la bola sacada de la urna A haya sido roja.

$$P(\text{Roja}A/\text{Verde}B) = \frac{P(\text{Roja}A \cap \text{Verde}B)}{P(\text{Verde}B)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8}}{\frac{9}{32}} = \frac{10}{27} = 0,3704 = \%37,04$$

- 2) Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,80€ por cada pieza correcta que sale del almacén, pero por cada pieza incorrecta que fabrica, pierde 1€. En un día quiere fabricar 2250 bombillas y obtener un beneficio mínimo de 1710€. Calcula el número mínimo de bombillas correctas que debe fabricar para lograr su objetivo.

x = número de bombillas correctas fabricadas

y = número de bombillas incorrectas fabricadas

Planteamos el sistema:

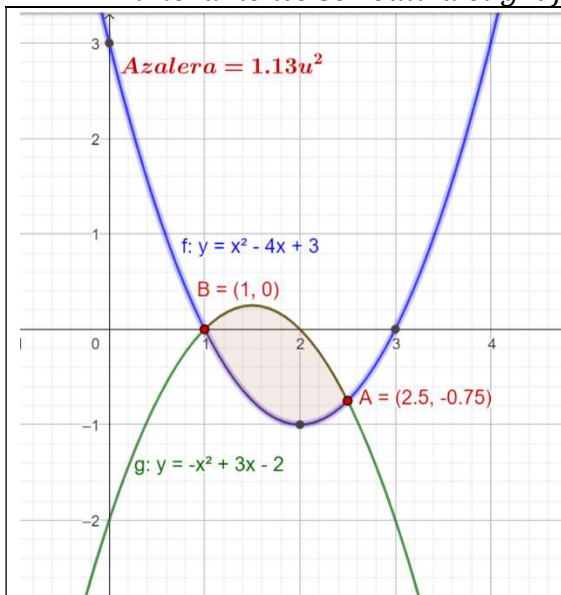
$$\begin{cases} x + y = 2250 \\ x \cdot (0,80) + y \cdot (-1) = 1710 \end{cases} \rightarrow \text{Solucionando el sistema} \rightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ y = 50 \end{cases}$$

Por tanto, debe fabricar 2200 bombillas correctas como mínimo

3) Hallar el área de recinto que delimitan las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

Primeramente se realiza el gráfico y se identifica el área:



Los puntos de intersección entre ambas parábolas determinan los extremos de la integral.

$$x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 3x - 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2,5 \end{cases}$$

Para calcular el área:

$$A = \left| \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x)) \cdot dx \right| u^2 = |H(x)|_{x_1}^{x_2} u^2$$

Aplicando Barrow: $A = |H(x_2) - H(x_1)| u^2$

$$A = \left| \int_1^{2,5} ((x^2 - 4x + 3) - (-x^2 + 3x - 2)) \cdot dx \right| u^2 = \left| \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 5x \right|_1^{2,5} u^2 =$$

$$A = \left| \left(\frac{2}{3}(2,5)^3 - \frac{7}{2}(2,5)^2 + 5(2,5) \right) - \left(\frac{2}{3}(1)^3 - \frac{7}{2}(1)^2 + 5(1) \right) \right| u^2 = \frac{9}{8} u^2 = 1,125 u^2$$

4) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos y haz un dibujo aproximado de la función:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

Analizando la función, es un polinomio de 3er grado, por tanto tiene 2 puntos de corte con el eje OX, un máximo y un mínimo.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

- *Extremos relativos (ER):* $f'(x) = 0 \rightarrow x = x_i$ ME $\rightarrow f''(x_i) \begin{cases} > 0 \text{ mínimo } (x_i, y_i) \\ < 0 \text{ máximo } (x_i, y_i) \end{cases}$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,15 \\ x_2 = 0,15 \end{cases} \rightarrow f''(x) = 6x + 6 \rightarrow \begin{cases} f''(-2,15) < 0 \rightarrow \text{máx}(-2, 15; 3, 08) \\ f''(0,15) > 0 \rightarrow \text{mín}(0, 15; -3, 08) \end{cases}$$

- *Puntos de inflexión (PI):* $f''(x) = 0 \rightarrow x = x_i$

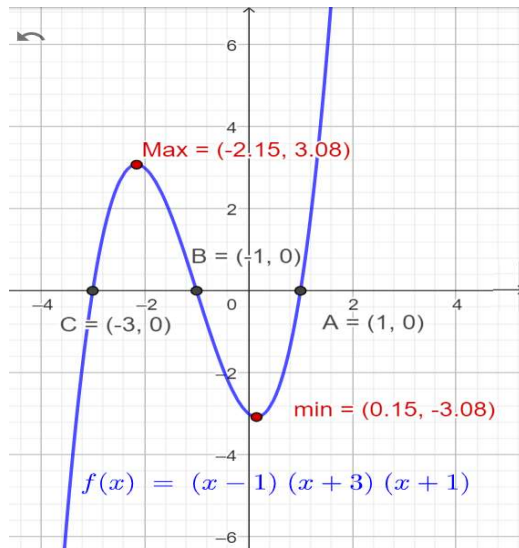
$$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow IP(-1, 0)$$

- *Monotonía:* $f'(x) \begin{cases} < 0 \text{ Descendente} \\ > 0 \text{ Ascendente} \end{cases}$

ER e PI	-2,15	-1	0,15	
x_i	-3	-2	0	1
$f'(x_i)$	> 0 ($-\infty; -2,15$) Ascendente	< 0 ($-2,15; -1$) Descendente	> 0 ($-1; 0,15$) Ascendente	< 0 ($0,15; \infty$) Descendente

$$\text{Monotonía} \rightarrow \begin{cases} \text{Ascendente: } (-\infty; -2, 15) \cup (-1; 0, 15) \\ \text{Descendente: } (-2, 15; -1) \cup (0, 15; \infty) \end{cases}$$

Con todas esta información, se realiza el siguiente gráfico:



- 5) Tras la realización de un estudio, se ha llegado a la conclusión de que el tiempo medio que un adulto aguanta bajo el agua sin respirar es de 45 segundos, con una desviación típica de 7,3 segundos, ajustándose dichos datos a una distribución normal. Calcula los siguientes porcentajes:

Distribución Normal: $N(\mu, \sigma)$, en este caso $N(45, 7.3)$

Para solucionarlo, se debe tipificar:

$$N(45, 7.3) \rightarrow N(0, 1)$$

$$x \rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- a) El porcentaje de adultos que aguanta más de 57 segundos.

$$\begin{aligned}
 P(x > 57) &= 1 - P(x < 57) = 1 - P\left(z < \frac{57 - 45}{7.3}\right) = 1 - P(z < 1,64) \\
 &= 1 - \Phi(1,64) = 1 - 0,9495 = \mathbf{0,0505 = \%5,05}
 \end{aligned}$$

- b) El porcentaje de adultos que aguanta entre 39 y 57 segundos.

$$\begin{aligned}
 P(39 < x < 57) &= P(x < 57) - P(x < 39) = P\left(z < \frac{57 - 45}{7.3}\right) - P\left(z < \frac{39 - 45}{7.3}\right) \\
 &= P(z < 1,64) - P(z < -0,82) = \Phi(1,64) - (1 - \Phi(0,82)) \\
 &= 0,9495 - (1 - 0,7939) = \mathbf{0,7434 = \%74,34}
 \end{aligned}$$

- 6) Los resultados publicados en diciembre de 2019 sobre la aplicación de la vacuna M72 en 3289 adultos infectados en Sudáfrica, Kenia y Zambia, revelaron que un 54% quedaron protegidos contra la tuberculosis pulmonar activa. Calcula las siguientes probabilidades:

Distribución Binomial: $B(n, p)$, en este caso $B(3289, 0.54)$

Se debe comprobar si es aproximable a una Normal:

$$\begin{cases} n = 3289 \\ p = 0,54 \\ q = 1 - p = 0,44 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} np > 5 \\ nq > 5 \end{cases} \text{ por tanto, puede aproximarse: } B(n, p) \rightarrow N(np, \sqrt{npq})$$

$$B(3289, 0.54) \rightarrow N(1776.06, 27.95) \rightarrow N(0, 1)$$

$$x' \rightarrow x \rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- c) La vacuna haya sido efectiva en 1800 adultos.

$$\begin{aligned}
 P(x' = 1800) &= P(1800 - 0,5 < x < 1800 + 0,5) \\
 &= P\left(z < \frac{1800,5 - 1775,06}{27,95}\right) - P\left(z < \frac{1799,5 - 1775,06}{27,95}\right) \\
 &= P(z < 0,87) - P(z < 0,84) = \Phi(0,87) - \Phi(0,84) = 0,8078 - 0,7995 \\
 &= \mathbf{0,0083 = \%0,83}
 \end{aligned}$$

- d) La vacuna haya sido efectiva en menos de 1700 adultos.

$$\begin{aligned}
 P(x' < 1700) &= P(x < 1700 - 0,5) = P\left(z < \frac{1699,5 - 1775,06}{27,95}\right) = P(z < -2,74) \\
 &= 1 - \Phi(2,74) = 1 - 0,9969 = \mathbf{0,0021 = \%0,21}
 \end{aligned}$$

CRITERIOS DE EVALUACIÓN GENERALES

1. La puntuación que se le otorgará al examen estará comprendida entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: máximo 2 puntos.
3. Se valorará el planteamiento correcto, tanto globalmente como a cada apartado (en caso de haber apartados).
4. Los errores numéricos, de cálculo etc no se tendrán en cuenta siempre y cuando no sean errores conceptuales.
5. Se valorará positivamente toda aquella aportación que ayude a visualizar mejor la resolución del ejercicio: ideas, gráficos, presentación, esquemas...
6. Se valorará la presentación.

Criterios de cada problema

- 1. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Plantear el problema mediante un diagrama de árbol o similar (0,5 puntos)
 - Solucionar de modo adecuado las probabilidades solicitadas en el problema (0,5 puntos cada uno)
- 2. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Planteamiento del problema (1 punto)
 - Resolución del problema (1 punto)
- 3. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Expresar correctamente los límites de integración y la integral a realizar (0,5 puntu)
 - Aplicar la regla de Barrow (1 punto)
 - Corrección de los cálculos realizados (0,5 puntos)
- 4. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Cálculo correcto de la primera y segunda derivadas (0,5 puntos)
 - Análisis de la monotonía y cálculo de los extremos relativos (1 punto)
 - Representación gráfica correcta (0,5 puntos)
- 5. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Cálculos referentes a la distribución normal y las probabilidades solicitadas (1 punto cada uno)
- 6. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Cálculos referentes a la distribución binomial y las probabilidades solicitadas (1 punto cada uno)



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN
ZIENTZETAKO MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y
45 AÑOS

MAYO 2024

**MATEMÁTICAS PARA LAS
CIENCIAS SOCIALES
Y DE LA SALUD**

RELACIÓN ENTRE LAS PREGUNTAS Y LOS INDICADORES DE CONOCIMIENTO

Pregunta	Indicadores de conocimiento
1	3.7 eta 3.9
2	1.4 eta 1.5
3	2.12 eta 2.13
4	2.8, 2.9 eta 2.11
5	3.6
6	3.9