

UNIBERTSITATERAKO SARBIDE PROBA
25 URTETIK GORAKOENTZAT

PROBA ESPEZIFIKOA

2024ko PROBA

MATEMATIKA

PROBA

ERANTZUNAK





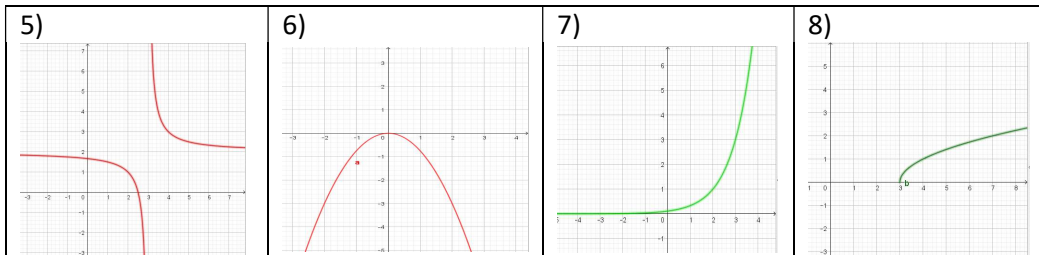
Aurretiko argibideak

- Probaren iraupena ordubetekoa izango da
- Erantzun sei ariketa hauetako bosti
- Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du

1) Bonbilla-ekoizle batek 0,80 €-ko etekina lortzen du egindako pieza zuzen bakoitzeko, baina egindako pieza oker bakoitzeko 1 € galtzen du. Egun batean 2250 bonbilla ekoitzi nahi ditu, eta gutxienez 1710 €-ko etekina lortu. Kalkulatu gutxienez zenbat bonbilla zuzen ekoitzi behar dituen bere helburua lortzeko.

2) Honako funtzio hauetan, esan zein adierazpen grafikori dagokion adierazpen analitiko bakoitza, eta xehe arrazoitu zergatia.

e) $y = \frac{-3x^2}{4}$	f) $y = \sqrt{x-3}$	g) $y = \frac{1}{x-3} + 2$	h) $y = 3^{x-2}$
--------------------------	---------------------	----------------------------	------------------



3) Kalkulatu funtzio hauek mugaturiko esparruaren azalera:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad \text{eta} \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

4) Aztertu funtzio honen goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak eta minimoak, eta egin funtzioaren gutxi gorabeherako adierazpen grafikoa:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y
45 AÑOS

MAYO 2024

MATEMÁTICAS

- 5) 50 neraberi galdeketa bat egin zaie jakiteko zenbat liburu irakurtzen duten urtean irakurtzeko zaletasunagatik. Jasotako datuak taula honetan adierazten dira:

Tartea	(0, 3]	(3, 6]	(6, 9]	(9, 12]	(12, 15]
Maiztasuna	15	13	11	6	5

Kalkulatu banaketaren moda, mediana, batezbesteko aritmetikoa eta desbideratze tipikoa, eta egin ezazu dagokion histograma.

- 6) Ebatzi ekuazio hauek:

c) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 7$

d) $x^2 = \frac{12}{x^2 + 1}$

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

**MATEMATIKA
EBAZPENA
(2024)**

- 1) Bonbila ekoizle batek 0,80€-ko etekina lortzen du egindako pieza zuzen bakoitzagatik, baina egindako pieza oker bakoitzagatik 1€ galtzen du. Egun batean 2250 bonbila ekoitzi nahi ditu eta gutxienez 1710€-ko etekina lortu. Kalkulatu zenbat bonbila zuzen ekoitzi behar ditu gutxienez bere helburua lortzeko.

$x =$ zuzen egindako bonbila kopurua
 $y =$ oker egindako bonbila kopurua

Sistema planteatzen dogu:

$$\begin{cases} x + y = 2250 \\ x \cdot (0,80) + y \cdot (-1) = 1710 \end{cases} \rightarrow \text{Sistema ebatziz} \rightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ y = 50 \end{cases}$$

Beraz, gutxienez 2200 bonbila zuzen ekoitzi behar ditu

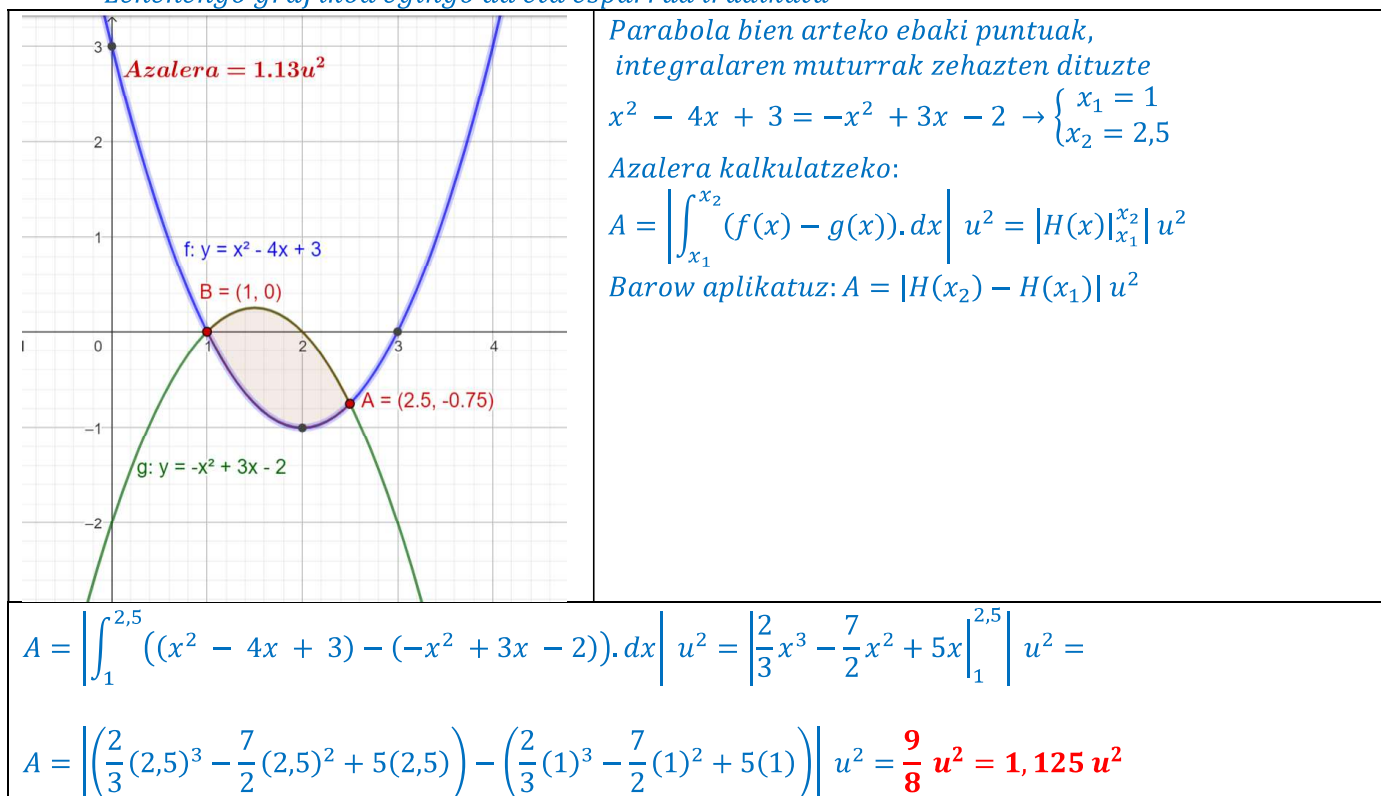
- 2) Honako funtzio hauetan, esan zein adierazpen grafikori dagokion adierazpen analitiko bakoitza, eta xehe arrazoitu zergatia.

a) $y = \frac{-3x^2}{4}$	b) $y = \sqrt{x-3}$	c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$	d) $y = 3^{x-2}$
<i>Funtzio koadratikoa (parabola) koefizientea $a < 0$ izanik (orientazio negatiboa, triste), erpina (0, 0)</i>	<i>Funtzio erroduna definizio eremua $[3, \infty)$ eta ibilbidea $[0, \infty)$ izanik, OX ardatzarekin ebaki puntua (3,0)</i>	<i>Funtzio alderantziz proportzionala (hiperbola), asintota bertikala $x=3$ eta horizontala $y=2$</i>	<i>Funtzio esponentziala oinarria $a > 1$ (gorakorra) eta asintota horizontala $y=0$</i>
2) 	4) 	1) 	3)

3) Kalkulatu hurrengo funtzioek mugaturiko esparruaren azalera:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

Lehenengo grafikoa egingo da eta esparrua irudikatu



4) Aztertu hurrengo funtzioaren gorakortasun eta beherakortasun tartekak, maximoak eta minimoak eta egin funtzioaren gutxi-gorabeherako adierazpen grafikoa:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

Funtzioa aztertuz, 3. mailako polinomio bat da, beraz OX ardatzarekin 2 ebaki puntu ditu, maximo bat eta minimo bat.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

- *Mutur erlatiboak:* $f'(x) = 0 \rightarrow x = x_i$ ME $\rightarrow f''(x_i) \begin{cases} > 0 \text{ minimoa } (x_i, y_i) \\ < 0 \text{ maximoa } (x_i, y_i) \end{cases}$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,15 \\ x_2 = 0,15 \end{cases} \rightarrow f''(x) = 6x + 6 \rightarrow \begin{cases} f''(-2,15) < 0 \rightarrow \text{max}(-2,15; 3,08) \\ f''(0,15) > 0 \rightarrow \text{min}(0,15; -3,08) \end{cases}$$

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

- *Inflexio puntuak:* $f''(x) = 0 \rightarrow x = x_i$

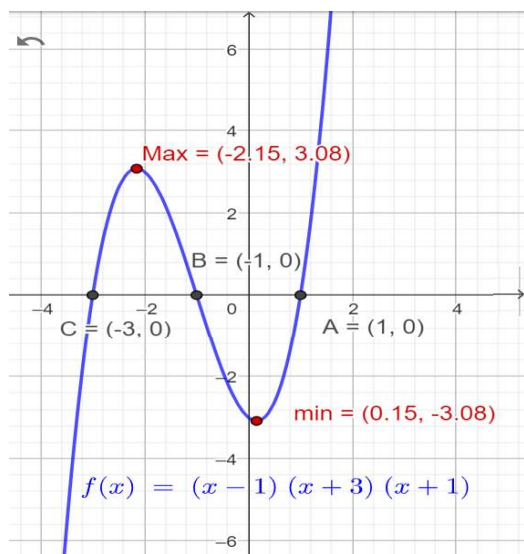
$$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow IP(-1,0)$$

- *Monotonia:* $f'(x) \begin{cases} < 0 & \text{Beherakorra} \\ > 0 & \text{Gorakorra} \end{cases}$

ME eta IP	-2,15	-1	0,15	
x_i	-3	-2	0	1
$f'(x_i)$	> 0 ($-\infty; -2,15$) Gorakorra	< 0 ($-2,15; -1$) Beherakorra	> 0 ($-1; 0,15$) Gorakorra	< 0 ($0,15; \infty$) Beherakorra

Monotonia \rightarrow $\begin{cases} \text{Gorakorra: } (-\infty; -2,15) \cup (-1; 0,15) \\ \text{Beherakorra: } (-2,15; -1) \cup (0,15; \infty) \end{cases}$

Informazio guzti honekin, hurrengo grafikoa irudikatzen da:



MATEMATIKA

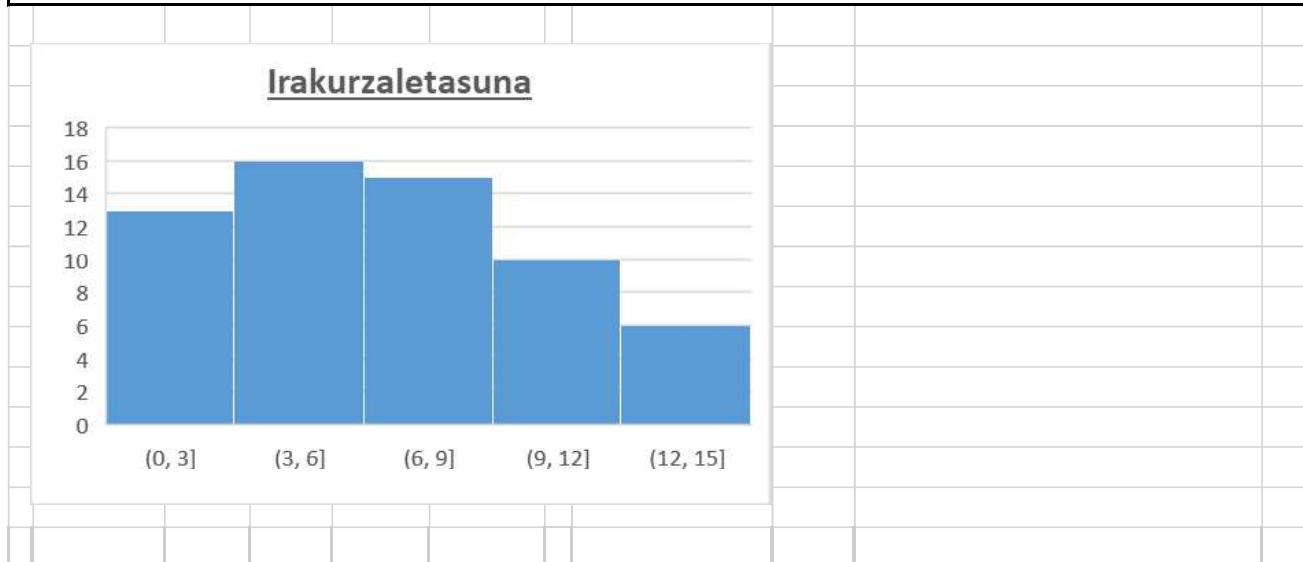
MATEMÁTICAS

5) 50 nerabeei galdeketa bat egin zaie urtean zehar irakurlezaletasunagatik zenbat liburu irakurtzen dituzten jakiteko. Jasotako datuak hurrengo taulan adierazten dira:

Tartea	(0, 3]	(3, 6]	(6, 9]	(9, 12]	(12, 15]
Maiztasuna	15	13	11	6	5

Kalkulatu banaketaren moda, mediana, batzbesteko aritmetikoa eta desbideratze tipikoa, eta egizu dagokion histograma.

Tartea	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	
(0, 3]	1,5	13	19,5	29,25	Moda (3, 6] Gehien errepikatzen den elementua Mediana (6, 9] Erdian geratzen den elementua Batzbestekoa 6,50 $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$ σ 3,78 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$
(3, 6]	4,5	16	72	324	
(6, 9]	7,5	15	112,5	843,75	
(9, 12]	10,5	10	105	1102,5	
(12, 15]	13,5	6	81	1093,5	
		60	390	3393	



MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

6) Ebatzi hurrengo ekuazioak:

a) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 7$

$$2^x \cdot 2^1 + 2^x + 2^x \cdot 2^{-1} = 7 \rightarrow 2^x \cdot 2 + 2^x + 2^x \cdot \frac{1}{2} = 7 \rightarrow 2^x \left(2 + 1 + \frac{1}{2} \right) = 7 \rightarrow 2^x \cdot \frac{7}{2} = 7$$

$$2^x = \frac{7 \cdot 2}{7} \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow \mathbf{x = 1}$$

b) $x^2 = \frac{12}{x^2+1}$

$$x^2(x^2 + 1) = 12 \rightarrow x^4 + x^2 = 12 \rightarrow x^4 + x^2 - 12 = 0 \text{ Ekuazio bikarratua}$$

$$x^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-12)}}{2 \cdot (1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} x_1^2 = 3 \rightarrow \begin{cases} \mathbf{x_1 = \sqrt{3}} \\ \mathbf{x_2 = -\sqrt{3}} \end{cases} \\ x_2^2 = -4 \rightarrow \text{ez da erreal} \end{cases}$$

EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

- Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
- Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
- Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
- Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
- Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie..
- Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

Problema bakoitzerako irizpideak

- 1. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Problemaren planteamendu egokia (1 puntu)
 - Problemaren ebazpena eta hari lotutako kalkuluak (1 puntu)
- 2. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Adierazpen analitikoak eta grafikoak zuzen parekatzea (1 puntu)
 - Parekatze horiek arrazoitzea (1 puntu)
- 3. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Integrazio mugatuaren mugak eta egin beharreko integrala ondo adieraztea (0,5 puntu)
 - Barrow-en teoremaren aplikazioa (1 puntu)
 - Egindako kalkuluen zuzentasuna (0,5 puntu)
- 4. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Lehenengo eta bigarren deribatuen kalkulua zuzenak (0,5 puntu)
 - Monotoniaren azterketa eta mutur erlatiboaren kalkulu eta analisia (1 puntu)
 - Adierazpen grafiko zuzena (0,5 puntu)
- 5. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Taula osatzea (0,2 puntu zutabe oso (totala eta guzti) bakoitzeko (x_i ; $x_i.fi$; $x_i2.fi$))
 - Eskatutako parametroak (moda eta mediana 0,2 puntu bakoitzeko; batazbestekoa eta desbideratze tipikoa 0,25 puntu bakoitzeko)
 - Histograma (0,5 puntu)
- 6. problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, puntu hauek hartuko dira kontuan:
 - Ekuzioaren ebazpenaren planteamendua (0,5 puntu bakoitzeko)
 - Planteamendua garatuz ebaztea (0,5 puntu bakoitzeko)

**EBAZPENAK ETA
ZUZENTZE-
IRIZPIDEAK**

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS
MAYO 2024

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

**PROBAKO GALDEREN ETA
EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA**

Galdera	Ezagutza-adierazlea
1	1.5 , 1.6, 1.7 eta 1.9
2	2.4
3	2.9, 2.10 eta 2.11
4	2.9, 2.10 eta 2.11
5	4.1 eta 4.2
6	1.2 eta 1.3