

# PROBA ESPEZIFIKOA

2024ko PROBA

**GIZARTE ETA  
OSASUN  
ZIENTZIETARAKO  
MATEMATIKA**

PROBA

ERANTZUNAK





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK  
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN  
ZIENTZIETAKO MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y  
45 AÑOS

MAYO 2024

**MATEMÁTICAS PARA LAS  
CIENCIAS SOCIALES  
Y DE LA SALUD**

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| <b>Aurretiko argibideak</b> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Probaren iraupena ordubetekoa izango da</li><li>• Erantzun sei ariketa hauetako bosti</li><li>• Ariketa bakoitzak 2 puntu balio du</li></ul> |
|-----------------------------|--|

- 1) Kolorezko bolatxoak dauzkaten bi kutxa ditugu. A kutxak 3 bola berde, 5 bola gorri eta 4 bola urdin ditu. B kutxak 2 bola berde, 2 bola gorri eta 3 bola urdin ditu. Ausaz, A kutxatik bola bat ateratzen da eta B kutxan sartzen da. Gero, B kutxatik bola bat ateratzen da. Kalkulatu probabilitate hauek:
  - a) B kutxatik ateratako bola berdea izateko probabilitatea.
  - b) B kutxatik ateratako bola berdea izateko probabilitatea, jakinik A kutxatik ateratako bola gorria izan dela.
  - c) Jakinik B kutxatik ateratako bola berdea izan dela, A kutxatik ateratako bola gorria izateko probabilitatea.
- 2) Bonbilla-ekoizle batek 0,80 €-ko etekina lortzen du egindako pieza zuzen bakoitzeko, baina egindako pieza oker bakoitzeko 1 € galtzen du. Egun batean 2250 bonbilla ekoitzi nahi ditu, eta gutxienez 1710 €-ko etekina lortu. Kalkulatu gutxienez zenbat bonbilla zuzen ekoitzi behar dituen bere helburua lortzeko.
- 3) Kalkulatu funtzio hauek mugaturiko esparruaren azalera:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$



Universidad  
del País Vasco

Euskal Herriko  
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO  
PROBAK: 25 ETA 45 URTETIK  
GORAKOAK

2024ko MAIATZA

**GIZARTE ETA OSASUN  
ZIENTZIETAKO MATEMATIKA**

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y  
45 AÑOS

MAYO 2024

**MATEMÁTICAS PARA LAS  
CIENCIAS SOCIALES  
Y DE LA SALUD**

- 4) Aztertu funtzio honen goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak eta minimoak eta egin funtzioaren gutxi gorabeherako adierazpen grafikoa:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

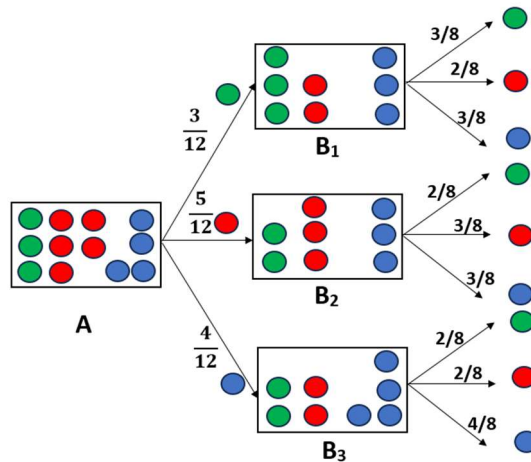
- 5) Azterketa bat egin ondoren, ondorioztatu da heldu batek ur azpian batez beste 45 segundo irauten dutela arnasa hartu gabe, 7,3 segundoko desbideratze tipikoarekin, eta datu horiek banaketa normal bati egokitzen zaizkio. Kalkulatu portzentaje hauek:
- 57 segundo baino gehiago irauten duten helduen ehunekoa.
  - 39 eta 57 segundo bitartean irauten duten helduen ehunekoa.
- 6) Hegoafrikan, Kenyan eta Zambian kutsatutako 3289 helduri M72 txertoa aplikatzeari buruz 2019ko abenduan argitaratutako emaitzen arabera, % 54 biriketako tuberkulosi aktiboaren aurka babestuta geratu ziren. Kalkula itzazu probabilitate hauek:
- Txertoa 1800 heldurengan eraginkorra izatea.
  - Txertoa 1700 heldu baino gutxiagorengan eraginkorra izatea.





EBAZPENAK

- 1) Kolorezko bolatxoak dituzten bi kutxa ditugu. A kutxak 3 bola berde, 5 bola gorri eta 4 bola urdin ditu. B kutxak 2 bola berde, 2 bola gorri eta 3 bola urdin ditu. Ausaz, A kutxatik bola bat ateratzen da eta B kutxan sartzen da. Gero, B kutxatik bola bat ateratzen da. Kalkulatu probabilitate hauek:



- b) B kutxatik ateratako bola berdea izateko probabilitatea.

$$P(\text{Berdea}B) = P(\text{Berdea} \cap \text{Berdea}B) + P(\text{Gorria}A \cap \text{Berdea}B) + P(\text{Urdina}A \cap \text{Berdea}B)$$

$$= \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8} + \frac{4}{12} \cdot \frac{2}{8} = \frac{9}{32} = 0,2813 = \% 28,13$$

- c) B kutxatik ateratako bola berdea izateko probabilitatea, jakinik A kutxatik ateratako bola gorria izan dela.

$$P(\text{Berdea}B/\text{Gorria}A) = \frac{P(\text{Gorria}A \cap \text{Berdea}B)}{P(\text{Gorria}A)} = \frac{2}{8} = 0,25 = \% 25$$

- d) Jakinik B kutxatik ateratako bola berdea izan dela, A kutxatik ateratako bola gorria izateko probabilitatea.

$$P(\text{Gorria}A/\text{Berdea}B) = \frac{P(\text{Gorria}A \cap \text{Berdea}B)}{P(\text{Berdea}B)} = \frac{\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{8}}{\frac{9}{32}} = \frac{10}{27} = 0,3704 = \% 37,04$$

- 2) Bonbilla-ekoizle batek 0,80 €-ko etekina lortzen du egindako pieza zuzen bakoitzeko, baina egindako pieza oker bakoitzeko 1 € galtzen du. Egun batean 2250 bonbilla ekoitzi nahi ditu eta gutxienez 1710 €-ko etekina lortu. Kalkulatu gutxienez zenbat bonbilla zuzen ekoitzi behar ditu bere helburua lortzeko.

$x$  = zuzen egindako bonbilla kopurua

$y$  = oker egindako bonbilla kopurua

Sistema planteatzen dugu:

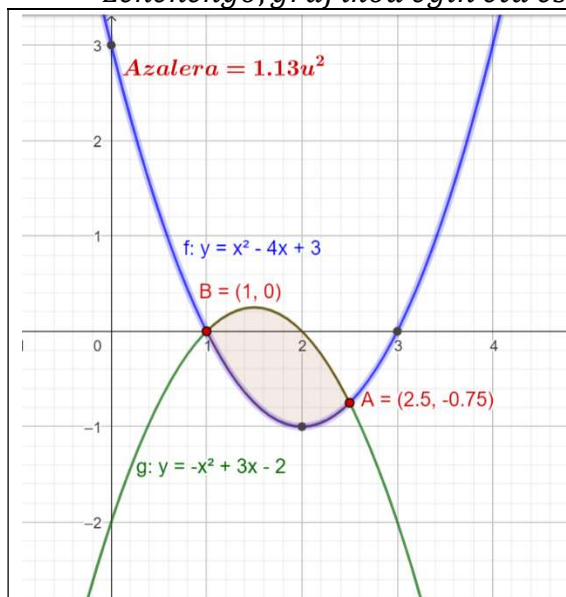
$$\begin{cases} x + y = 2250 \\ x \cdot (0,80) + y \cdot (-1) = 1710 \end{cases} \rightarrow \text{Sistema ebatziz} \rightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ y = 50 \end{cases}$$

**Beraz, gutxienez 2200 bonbilla zuzen ekoitzi behar ditu**

3) Kalkulatu funtzio hauek mugaturiko esparruaren azalera:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

Lehenengo, grafikoa egin eta esparrua identifikatuko da



Parabola bien arteko ebakitze – puntuek integralaren muturrak zehazten dituzte

$$x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 3x - 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2,5 \end{cases}$$

Azalera kalkulatzeko:

$$A = \left| \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x)) \cdot dx \right| u^2 = |H(x)|_{x_1}^{x_2} u^2$$

Barow aplikatuz:  $A = |H(x_2) - H(x_1)| u^2$

$$A = \left| \int_1^{2,5} ((x^2 - 4x + 3) - (-x^2 + 3x - 2)) \cdot dx \right| u^2 = \left| \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 5x \right|_1^{2,5} u^2 =$$

$$A = \left| \left( \frac{2}{3}(2,5)^3 - \frac{7}{2}(2,5)^2 + 5(2,5) \right) - \left( \frac{2}{3}(1)^3 - \frac{7}{2}(1)^2 + 5(1) \right) \right| u^2 = \frac{9}{8} u^2 = 1,125 u^2$$

4) Aztertu funtzio honen goratze- eta beheratze-tarteak, maximoak eta minimoak eta egin funtzioaren gutxi gorabeherako adierazpen grafikoa:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO HAUTAPROBAK 25 URTETIK GORAKOAK

2024ko MAIATZA

GIZARTE- ETA OSASUN-ZIENTZIETARAKO MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MAYO 2024

MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS SOCIALES Y DE LA SALUD

Funtzioa aztertuz, ikusten da 3. mailako polinomio bat dela; beraz,  $OX$  ardatzarekin 2 ebakitze – puntu ditu, maximo bat eta minimo bat.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

- Mutur erlatiboak:  $f'(x) = 0 \rightarrow x = x_i$  ME  $\rightarrow f''(x_i) \begin{cases} > 0 \text{ minimoa } (x_i, y_i) \\ < 0 \text{ maximoa } (x_i, y_i) \end{cases}$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,15 \\ x_2 = 0,15 \end{cases} \rightarrow f''(x) = 6x + 6 \rightarrow \begin{cases} f''(-2,15) < 0 \rightarrow \text{max}(-2, 15; 3, 08) \\ f''(0,15) > 0 \rightarrow \text{min}(0, 15; -3, 08) \end{cases}$$

- Inflexio – puntuak:  $f''(x) = 0 \rightarrow x = x_i$

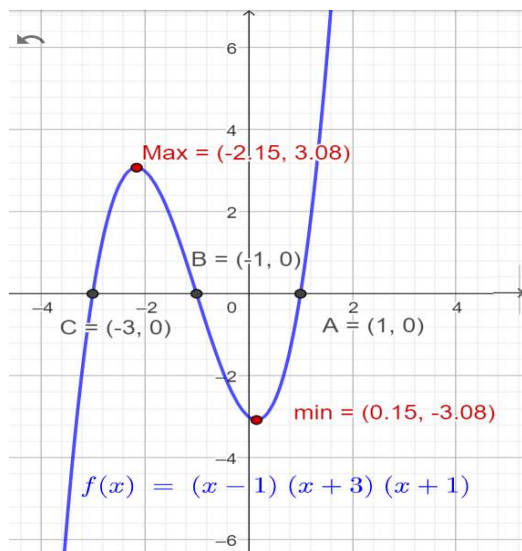
$$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow IP(-1, 0)$$

- Monotonia:  $f'(x) \begin{cases} < 0 \text{ Beherakorra} \\ > 0 \text{ Gorakorra} \end{cases}$

| ME eta IP | -2,15                                    | -1                                    | 0,15                               |  |
|-----------|--|---------------------------------------|------------------------------------|--|
| $x_i$     | -3                                       | -2                                    | 0                                  | 1  |
| $f'(x_i)$ | > 0<br>( $-\infty; -2,15$ )<br>Gorakorra | < 0<br>( $-2,15; -1$ )<br>Beherakorra | > 0<br>( $-1; 0,15$ )<br>Gorakorra | < 0<br>( $0,15; \infty$ )<br>Beherakorra |

$$\text{Monotonia} \rightarrow \begin{cases} \text{Gorakorra: } (-\infty; -2, 15) \cup (-1; 0, 15) \\ \text{Beherakorra: } (-2, 15; -1) \cup (0, 15; \infty) \end{cases}$$

Informazio horrekin, grafiko hau irudikatzen da:



- 5) Azterketa bat egin ondoren, ondorioztatu da heldu batek ur azpian batez beste 45 segundo irauten duela arnasa hartu gabe, 7,3 segundoko desbideratze tipikoarekin, eta datu horiek banaketa normal bati egokitzen zaizkio. Kalkulatu portzentaje hauek:

*Banaketa Normala:  $N(\mu, \sigma)$ , gure kasuan  $N(45, 7.3)$*

*Hori ebazteko, tipifikatu behar da:*

$$N(45, 7.3) \rightarrow N(0,1)$$

$$x \rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- a) 57 segundo baino gehiago irauten duten helduen ehunekoa.

$$\begin{aligned}
 P(x > 57) &= 1 - P(x < 57) = 1 - P\left(z < \frac{57 - 45}{7.3}\right) = 1 - P(z < 1,64) \\
 &= 1 - \Phi(1,64) = 1 - 0,9495 = \mathbf{0,0505 = \% 5,05}
 \end{aligned}$$

- b) 39 eta 57 segundo bitartean irauten duten helduen ehunekoa.

$$\begin{aligned}
 P(39 < x < 57) &= P(x < 57) - P(x < 39) = P\left(z < \frac{57 - 45}{7.3}\right) - \left(z < \frac{39 - 45}{7.3}\right) \\
 &= P(z < 1,64) - P(z < -0,82) = \Phi(1,64) - (1 - \Phi(0,82)) \\
 &= 0,9495 - (1 - 0,7939) = \mathbf{0,7434 = \% 74,34}
 \end{aligned}$$





Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA  
SARTZEKO  
HAUTAPROBAK 25  
URTETIK GORAKOAK  
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD PARA MAYORES  
DE 25 AÑOS  
MAYO 2024

GIZARTE- ETA OSASUN-  
ZIENTZIETARAKO  
MATEMATIKA

MATEMÁTICAS PARA LAS  
CIENCIAS SOCIALES Y DE LA  
SALUD

- 6) Hegoafrikan, Kenyan eta Zambian kutsatutako 3289 helduri M72 txertoa aplikatzeari buruz 2019ko abenduan argitaratutako emaitzen arabera, % 54 biriketako tuberkulosi aktiboaren aurka babestuta geratu ziren. Kalkula itzazu probabilitate hauek:

*Banaketa Binomiala:  $B(n, p)$ , gure kasuan  $B(3289, 0.54)$*

*Konprobatu behar da ea normalera bihurtu daitekeen:*  $\begin{cases} n = 3289 \\ p = 0,54 \\ q = 1 - p = 0,44 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} np > 5 \\ nq > 5 \end{cases}$  beraz, bihurtu daiteke:  $B(n, p) \rightarrow N(np, \sqrt{npq})$

$B(3289, 0.54) \rightarrow N(1776.06, 27.95) \rightarrow N(0, 1)$

$$x' \rightarrow x \rightarrow z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

- a) Txertoa 1800 heldurengan eraginkorra izatea.

$$\begin{aligned} P(x' = 1800) &= P(1800 - 0,5 < x < 1800 + 0,5) \\ &= P\left(z < \frac{1800,5 - 1775,06}{27,95}\right) - P\left(z < \frac{1799,5 - 1775,06}{27,95}\right) \\ &= P(z < 0,87) - P(z < 0,84) = \Phi(0,87) - \Phi(0,84) = 0,8078 - 0,7995 \\ &= \mathbf{0,0083 = \% 0,83} \end{aligned}$$

- b) Txertoa 1.700 heldu baino gutxiagorengan eraginkorra izatea.

$$\begin{aligned} P(x' < 1700) &= P(x < 1700 - 0,5) = P\left(z < \frac{1699,5 - 1775,06}{27,95}\right) = P(z < -2,74) \\ &= 1 - \Phi(2,74) = 1 - 0,9969 = \mathbf{0,0021 = \% 0,21} \end{aligned}$$

## EBALUAZIO-IRIZPIDE OROKORRAK

7. Azterketari emango zaion puntuazioa 0 eta 10 puntu artekoa izango da.
8. Problema guztiek balio bera dute: 2 puntu gehienez.
9. Planteamendu zuzenari emango zaio balioa, bai globalari, bai atal bakoitzari (atalik balego).
10. Zenbakizko erroreak, kalkulu-erroreak eta abar ez dira kontuan hartuko, baldin eta kontzeptualak ez badira.
11. Problema eta problemaren soluzioa hobeto bistaratzen laguntzen duten ideia, grafiko, aurkezpen, eskema eta abarri balio positiboa emango zaie.
12. Aurkezpen egokiari balioa emango zaio.

### Problema bakoitzerako irizpideak

1. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Problema zuhaitz-diagramaren bidez edo antzeko baten bidez planteatzea (0,5 puntu)
  - Probleman eskatutako probabilitateak modu egokian ebaztea (0,5 puntu bakoitzeko)
2. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Problemaren planteamendua (1 puntu)
  - Problemaren ebazpena (1 puntu)
3. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Integrazio mugatuaren mugak eta egin beharreko integrala ondo adieraztea (0,5 puntu)
  - Barrow-en teoremaren aplikazioa (1 puntu)
  - Egindako kalkulu zuzentasuna (0,5 puntu)
4. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Lehenengo eta bigarren deribatuen kalkulu zuzena (0,5 puntu)
  - Monotoniaren azterketa eta mutur erlatiboaren kalkulu eta analisisia (1 puntu)
  - Adierazpen grafiko zuzena (0,5 puntu)
5. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Banaketa normalari eta eskatutako probabilitateei lotutako kalkuluak (1 puntu bakoitzeko)
6. **problema** (2 puntu) Problema zuzentzean, hau hartuko da kontuan:
  - Banaketa binomialari eta eskatutako probabilitateei lotutako kalkuluak (1 puntu bakoitzeko)



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA  
SARTZEKO  
HAUTAPROBAK 25  
URTETIK GORAKOAK

2024ko MAIATZA  
**GIZARTE- ETA OSASUN-  
ZIENTZIETARAKO  
MATEMATIKA**

*PRUEBAS DE ACCESO A LA  
UNIVERSIDAD PARA MAYORES  
DE 25 AÑOS*

*MAYO 2024*

***MATEMÁTICAS PARA LAS  
CIENCIAS SOCIALES Y DE LA  
SALUD***

---

**PROBAKO GALDEREN ETA EZAGUTZA-ADIERAZLEEN ARTEKO ERLAZIOA**

| <b>Galdera</b> | <b>Ezagutza-adierazlea</b> |
|----------------|----------------------------|
| <b>1</b>       | <b>3.7 eta 3.9</b>         |
| <b>2</b>       | <b>1.4 eta 1.5</b>         |
| <b>3</b>       | <b>2.12 eta 2.13</b>       |
| <b>4</b>       | <b>2.8, 2.9 eta 2.11</b>   |
| <b>5</b>       | <b>3.6</b>                 |
| <b>6</b>       | <b>3.9</b>                 |