Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea

Matemáticas II

EAU 2024

www.ehu.eus

Este examen tiene cinco partes, de 2,5 puntos cada una. Debes responder a CUATRO de ellas. En cada parte debes responder a una única pregunta.

En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.

UNIBERTSITATERA SARTZEKO EBALUAZIOA

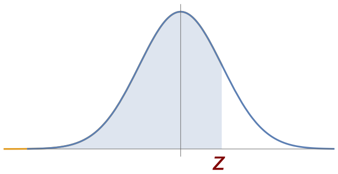
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

2024ko EZOHIKOA

EXTRAORDINARIA 2024

MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS II



$N(0,1)$ kurbak $-\infty$-tik z-raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0,1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0’00	0’01	0’02	0’03	0’04	0’05	0’06	0’07	0’08	0’09
0’0	0’5000	0’5040	0’5080	0’5120	0’5160	0’5199	0’5239	0’5279	0’5319	0’5359
0’1	0’5398	0’5438	0’5478	0’5517	0’5557	0’5596	0’5636	0’5675	0’5714	0’5753
0’2	0’5793	0’5832	0’5871	0’5910	0’5948	0’5987	0’6026	0’6064	0’6103	0’6141
0’3	0’6179	0’6217	0’6255	0’6293	0’6331	0’6368	0’6406	0’6443	0’6480	0’6517
0’4	0’6554	0’6591	0’6628	0’6664	0’6700	0’6736	0’6772	0’6808	0’6844	0’6879
0’5	0’6915	0’6950	0’6985	0’7019	0’7054	0’7088	0’7123	0’7157	0’7190	0’7224
0’6	0’7257	0’7291	0’7324	0’7357	0’7389	0’7422	0’7454	0’7486	0’7517	0’7549
0’7	0’7580	0’7611	0’7642	0’7673	0’7704	0’7734	0’7764	0’7794	0’7823	0’7852
0’8	0’7881	0’7910	0’7939	0’7967	0’7995	0’8023	0’8051	0’8078	0’8106	0’8133
0’9	0’8159	0’8186	0’8212	0’8238	0’8264	0’8289	0’8315	0’8340	0’8365	0’8389
1’0	0’8413	0’8438	0’8461	0’8485	0’8508	0’8531	0’8554	0’8577	0’8599	0’8621
1’1	0’8643	0’8665	0’8686	0’8708	0’8729	0’8749	0’8770	0’8790	0’8810	0’8830
1’2	0’8849	0’8869	0’8888	0’8907	0’8925	0’8944	0’8962	0’8980	0’8997	0’9015
1’3	0’9032	0’9049	0’9066	0’9082	0’9099	0’9115	0’9131	0’9147	0’9162	0’9177
1’4	0’9192	0’9207	0’9222	0’9236	0’9251	0’9265	0’9279	0’9292	0’9306	0’9319
1’5	0’9332	0’9345	0’9357	0’9370	0’9382	0’9394	0’9406	0’9418	0’9429	0’9441
1’6	0’9452	0’9463	0’9474	0’9484	0’9495	0’9505	0’9515	0’9525	0’9535	0’9545
1’7	0’9554	0’9564	0’9573	0’9582	0’9591	0’9599	0’9608	0’9616	0’9625	0’9633
1’8	0’9641	0’9649	0’9656	0’9664	0’9671	0’9678	0’9686	0’9693	0’9699	0’9706
1’9	0’9713	0’9719	0’9726	0’9732	0’9738	0’9744	0’9750	0’9756	0’9761	0’9767
2’0	0’9772	0’9778	0’9783	0’9788	0’9793	0’9798	0’9803	0’9808	0’9812	0’9817
2’1	0’9821	0’9826	0’9830	0’9834	0’9838	0’9842	0’9846	0’9850	0’9854	0’9857
2’2	0’9861	0’9864	0’9868	0’9871	0’9875	0’9878	0’9881	0’9884	0’9887	0’9890
2’3	0’9893	0’9896	0’9898	0’9901	0’9904	0’9906	0’9909	0’9911	0’9913	0’9916
2’4	0’9918	0’9920	0’9922	0’9925	0’9927	0’9929	0’9931	0’9932	0’9934	0’9936
2’5	0’9938	0’9940	0’9941	0’9943	0’9945	0’9946	0’9948	0’9949	0’9951	0’9952
2’6	0’9953	0’9955	0’9956	0’9957	0’9959	0’9960	0’9961	0’9962	0’9963	0’9964
2’7	0’9965	0’9966	0’9967	0’9968	0’9969	0’9970	0’9971	0’9972	0’9973	0’9974
2’8	0’9974	0’9975	0’9976	0’9977	0’9977	0’9978	0’9979	0’9979	0’9980	0’9981
2’9	0’9981	0’9982	0’9982	0’9983	0’9984	0’9984	0’9985	0’9985	0’9986	0’9986
3’0	0’9987	0’9987	0’9987	0’9988	0’9988	0’9989	0’9989	0’9989	0’9990	0’9990
3’1	0’9990	0’9991	0’9991	0’9991	0’9992	0’9992	0’9992	0’9992	0’9993	0’9993
3’2	0’9993	0’9993	0’9994	0’9994	0’9994	0’9994	0’9994	0’9995	0’9995	0’9995
3’3	0’9995	0’9995	0’9995	0’9996	0’9996	0’9996	0’9996	0’9996	0’9996	0’9997
3’4	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9997	0’9998
3’5	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998	0’9998
3’6	0’9998	0’9998	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999
3’7	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999
3’8	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999	0’9999
3’9	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000	1’0000

PRIMERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A1

(1p) Discute la existencia de solución del siguiente sistema en función de los valores del parámetro α:

$$\begin{cases} \alpha x + 4y + z = 3, \\ \alpha x - 5y + 2z = -2, \\ 2x - y + 3z = 1. \end{cases}$$

Resuelve el sistema, si es posible,

(a) **(0,75 p)** cuando $\alpha = 0$,

(b) **(0,75 p)** cuando $\alpha = 1$.

Ejercicio B1

(2,5 p) Calcula el rango de la matriz A dependiendo de los valores del parámetro m:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ m & 2-m & 2 & 1 \\ m & -2 & m-2 & 1 \end{pmatrix}.$$

SEGUNDA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A2

Se consideran las siguientes rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}; \qquad s \equiv \begin{cases} x = \lambda, \\ y = -2 + 3\lambda, \\ z = -1 + \lambda. \end{cases}$$

(a) **(1 p)** Determina su posición relativa.

(b) **(1,5 p)** Si dichas rectas se cortan, calcula el ángulo mínimo formado entre ambas. En caso de que no se corten, calcula la distancia entre ambas rectas.

Ejercicio B2

Se consideran la recta y el plano siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x - y + 4z = 1; \end{cases} \qquad \pi \equiv 2x - 3y + Az = 10.$$

(a) **(0,75 p)** Calcula el valor del parámetro A para que la recta r y el plano π sean paralelos.

(b) **(0,75 p)** Si $A = 21$, calcula la intersección del plano π y la recta r.

(c) **(1 p)** Si $A = 1$, calcula el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π.

TERCERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A3

Sea $f(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$. Las rectas tangentes a la gráfica de la función f en los puntos de abscisa $x = -1$ y $x = 2$ son paralelas. Además, f tiene un extremo relativo cuando $x = 1$ y $f(0) = \lim_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 1}{x}$.

(a) **(1,5 p)** Encuentra los valores de los parámetros A, B y C.

(b) **(1 p)** Encuentra la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$ para los valores de los parámetros $A = -3$, $B = 0$ y $C = 4$.

Ejercicio B3

Sea $f(x) = 2xe^{-2x^2}$.

(a) **(1 p)** Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

(b) **(1 p)** Encuentra los extremos relativos de f y razona si son máximos o mínimos.

(c) **(0,5 p)** Calcula las asíntotas de f.

CUARTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A4

(2,5 p) Calcula la siguiente integral, y explica el método empleado:

$$\int x \ln^2 x \, dx.$$

Ejercicio B4

Se consideran las curvas de ecuaciones $y = \dfrac{x^2}{3}$, $y = x^2 + 2x$ e $y = 3$.

(a) **(1,25 p)** Dibuja el recinto del primer cuadrante limitado por dichas curvas.

(b) **(1,25 p)** Calcula el área de ese recinto.

QUINTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A5

Los resultados publicados en diciembre de 2019 sobre la aplicación de la vacuna M72 en Sudáfrica, Kenia y Zambia revelaron que la probabilidad de quedar protegido contra la tuberculosis pulmonar activa es de 0,54. Se aplica la vacuna a un grupo de 3289 adultos.

(a) **(0,5 p)** Identifica la distribución correspondiente al número de adultos que quedan protegidos, y determina sus parámetros.

(b) **(1 p)** Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en 1800 adultos.

(c) **(1 p)** Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en menos de 1700 adultos.

Ejercicio B5

Sean A y B sucesos aleatorios independientes, siendo sus probabilidades $P(A) = 0,7$ y $P(B) = 0,1$, y sean $\overline{A}$ y $\overline{B}$ los sucesos complementarios de A y B respectivamente. Calcula las siguientes probabilidades razonadamente, e indica claramente el proceso o ley aplicada:

(a) **(0,5 p)** $P(A \cup B)$,

(b) **(0,5 p)** $P(\overline{A} \cup \overline{B})$,

(c) **(0,5 p)** $P(\overline{A} \cap \overline{B})$,

(d) **(0,5 p)** $P(A \cap \overline{B})$,

(e) **(0,5 p)** $P(\overline{A} \mid \overline{B})$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

1. El examen se valorará con una puntuación entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: hasta 2,5 puntos.
3. Se valorará el planteamiento correcto, tanto global como de cada una de las partes, si las hubiere.
4. No se tomarán en consideración errores numéricos, de cálculo, etc, siempre que no sean de tipo conceptual.
5. Las ideas, gráficos, presentaciones, esquemas, etc, que ayuden a visualizar mejor el problema y su solución se valorarán positivamente.
6. Se valorará la buena presentación del examen.
7. En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

Criterios particulares de cada uno de los problemas

A1.

- Cálculo del determinante de la matriz y discusión de la existencia de solución (1 punto).
- Resolución para el caso $\alpha = 1$ (0,75 puntos).
- Resolución para el caso $\alpha = 0$ (0,75 puntos).

B1.

- Cálculo de los valores del parámetro m que anulan el determinante de una submatriz de orden 3×3 (1 punto).
- Análisis del caso $m = 1$ (0,5 puntos).
- Análisis del caso $m = 4$ (1 punto).

A2.

- Comprobar que las rectas r y s no son paralelas (0,5 puntos).
- Concluir que las rectas r y s se cruzan (0,5 puntos).
- Cálculo de ecuación del plano que contiene a una de las rectas y es paralelo a la otra (0,75 puntos).
- Cálculo de la distancia entre las rectas r y s (0,75 puntos).

B2.

- Resolución correcta del apartado (a) (0,75 puntos).
- Resolución correcta del apartado (b) (0,75 puntos).
- Resolución correcta del apartado (c) (1 punto).

A3.

- Cálculo correcto del valor del parámetro A (0,5 puntos).
- Cálculo correcto del valor del parámetro B (0,5 puntos).
- Cálculo correcto del valor del parámetro C (0,5 puntos).
- Cálculo correcto de la ecuación de la recta tangente pedida (1 punto).

B3.

- Cálculo correcto de la derivada de f (0,5 puntos).
- Cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f (0,5 puntos).
- Cálculo correcto de la segunda derivada de f (0,5 puntos).
- Cálculo y clasificación de los extremos relativos de f (0,5 puntos).
- Cálculo correcto de las asíntotas de f (0,5 puntos).

A4.

- Explicación del método de integración por partes (0,5 puntos).
- Aplicación de la primera integración por partes (1 punto).
- Aplicación de la segunda integración por partes (1 punto).

B4.

- Cálculo de los puntos de corte de las curvas (0,75 puntos).
- Dibujo adecuado del recinto pedido (0,5 puntos).
- Cálculo correcto del área del recinto mediante la regla de Barrow (1,25 puntos).

A5.

- Respuesta correcta al apartado (a) (0,5 puntos).
- Resolución correcta del apartado (b) (1 punto).
- Resolución correcta del apartado (c) (1 punto).

B5.

- Resolución correcta al apartado (a) (0,5 puntos).
- Resolución correcta al apartado (b) (0,5 puntos).
- Resolución correcta al apartado (c) (0,5 puntos).
- Resolución correcta al apartado (d) (0,5 puntos).
- Resolución correcta al apartado (e) (0,5 puntos).

RESOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS

SOLUCIÓN A1

El determinante de la matriz de coeficientes es $26(1-\alpha)$. Entonces, si $\alpha \neq 1$, el sistema es COMPATIBLE DETERMINADO.

Si $\alpha = 1$, el rango de la matriz de coeficientes es 2, y también el de la matriz ampliada; por tanto, el sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO.

Cuando $\alpha = 1$, la solución del sistema es $x = 8 - 13t$, $y = t$, $z = 9t - 5$, con $t \in \mathbb{R}$ cualquiera.

Cuando $\alpha = 0$, la solución del sistema es $x = 0$, $y = 8/13$, $z = 7/13$.

SOLUCIÓN B1

El determinante de la matriz formada por las tres primeras columnas de A es 0 para cualquier valor de m.

El determinante de la matriz formada por las tres últimas columnas de A es $-m^2 + 5m - 4 = -(m-1)(m-4)$. Por lo tanto, si $m \neq 1$ y $m \neq 4$, el rango de A es 3.

Si $m = 1$, el determinante de cualquier submatriz de orden 3×3 es nulo, y el rango de A es menor que 3. Además, es fácil encontrar una submatriz de orden 2×2 con determinante no nulo. En consecuencia, A tiene rango 2.

Igualmente, si $m = 4$, el determinante de cualquier submatriz de orden 3×3 es nulo, y es fácil encontrar una submatriz de orden 2×2 cuyo determinante es no nulo. En consecuencia, A tiene rango 2.

SOLUCIÓN A2

(a) El vector director de la recta r es $\vec{v_r} = (1, 2, -1)$ y el vector director de la recta s es $\vec{v_s} = (1, 3, 1)$. Como esos vectores no son paralelos, las rectas se cortan o se cruzan.

Tomamos un punto de la recta r, $P_r = (1, -1, 0)$, y un punto de la recta s, $P_s = (0, -2, -1)$. Como $\det(\vec{P_rP_s}, \vec{v_r}, \vec{v_s}) \neq 0$, las rectas se cortan.

Otra posibilidad es intentar calcular el punto de corte de las dos rectas y ver que no existe.

(b) Como las rectas se cruzan, hay que calcular la distancia entre ellas. El vector normal al plano π que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s es paralelo a $\vec{v_r} \times \vec{v_s} = (5, -2, 1)$ y un punto de ese plano es $P_r(1, -1, 0)$, por tanto, la ecuación del plano π es $5x - 2y + z - 7 = 0$. $d(r, s) = d(P_s, \pi) = \dfrac{|4 - 1 - 7|}{\sqrt{5^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \dfrac{4}{\sqrt{30}}$u.

Si no se utiliza la fórmula de la distancia de un punto a un plano, se calcula la ecuación de la recta perpendicular al plano π que pasa por el punto P_s: $\{x = 5\mu,\ y = -2 - 2\mu,\ z = -1 + \mu\}$. El punto de corte de esa recta y el plano π es $Q = (2/3, -34/15, -13/15)$. $d(r, s) = d(P_s, Q) = \dfrac{2\sqrt{30}}{15}$u.

SOLUCIÓN B2

(a) El vector director de la recta r, $\vec{v_r} = (2, -1, -1) \times (1, -1, 4) = (3, 7, 1)$, y el vector normal al plano π, $\vec{n_\pi} = (2, -3, A)$, tienen que ser perpendiculares, es decir, $(2, -1, -1) \cdot (2, -3, A) = 0$, luego $A = 15$ y la ecuación del plano π es $2x - 3y + 15z = 10$.

(b) Si $A = 21$, el punto de intersección de r y π es la solución del sistema

$$\begin{cases} 2x - 3y + 21z = 10, \\ 2x - y + z = 0, \\ x - y + 4z = 1, \end{cases}$$

que es el punto $Q(2, 5, 1)$.

Otra posibilidad es escribir la ecuaciones de r en forma paramétrica, $\{x = -1 + 3\lambda,\ y = -2 + 7\lambda,\ z = \lambda\}$. Sustituyendo un punto de r en π se obtiene $\lambda = 1$ y el punto correspondiente es $Q(2, 5, 1)$.

(c) La recta perpendicular al plano π que pasa por el origen $O(0,0,0)$ es $s \equiv \{2\lambda,\ -3\lambda,\ \lambda\}$. El punto de intersección de la recta s con el plano π corresponde a $\lambda = 5/7$ y es el punto $M(10/7, -15/7, 5/7)$. El punto simétrico del origen, O', cumple que M es el punto intermedio entre O y O', luego $O'(20/7, -30/7, 10/7)$.

SOLUCIÓN A3

(a) Por un lado, $f'(x) = 3x^2 + 2Ax + B$. Para que las rectas tangentes a la gráfica de f en los puntos de ebscisa $x = -1$ y $x = 2$ sean paralelas, debe cumplirse $f'(-1) = f'(2)$, y de ahí se obtiene $A = -3/2$.

Para que f tenga un extremo relativo en el punto $x = 1$, debe cumplirse que $f'(1) = 0$, y de ahí se obtiene que $B = 0$.

Como $f(0) = C$ y $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x} = 2$, tenemos que $C = 2$.

(b) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, por tanto, $f(-1) = 0$ y $f'(-1) = 9$. En consecuencia, la ecuación de la recta tangente pedida es $y = 9x + 9$.

SOLUCIÓN B3

(a) $f'(x) = e^{-2x^2}(2-8x^2) = 2e^{-2x^2}(1-2x)(1+2x)$, por lo tanto $f'(x) < 0$ en los intervalos $(-\infty, -1/2)$ y $(1/2, +\infty)$ y, en consecuencia, f es decreciente en esos intervalos. En cambio, $f'(x) > 0$ en el intervalo $(-1/2, 1/2)$ y f es creciente en ese intervalo.

(b) $f'(x) = 0$ cuando $x = -1/2$ y $x = 1/2$. Además,

$$f''(x) = e^{-2x^2}(32x^3 - 24x) = 8xe^{-2x^2}(4x^2 - 3),$$

por tanto $f''(1/2) < 0$ y f tiene un máximo relativo cuando $x = 1/2$, siendo $f(1/2) = 1/\sqrt{e}$. Del mismo modo, $f''(-1/2) > 0$ y f tiene un mínimo relativo cuando $x = -1/2$, con $f(-1/2) = -1/\sqrt{e}$.

(c) f no tiene asíntotas verticales porque está definida en todo $\mathbb{R}$ y tiene una asíntota horizontal, $y = 0$, tanto en $-\infty$como en $+\infty$.

SOLUCIÓN A4

Integramos por partes tomando $u = \ln^2 x$ y $dv = x dx$. Entonces, $du = \dfrac{2}{x} \ln x\, dx$ y $v = x^2/2$, por tanto

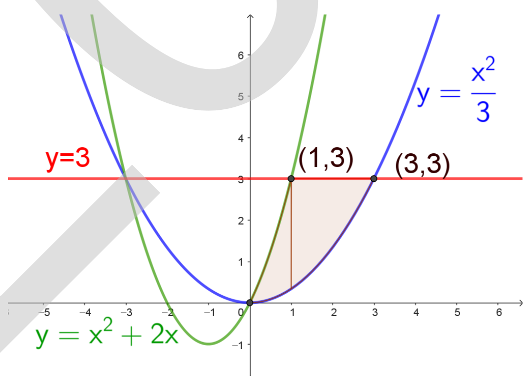
$$\int x \ln^2 x\, dx = \frac{x^2}{2} \ln^2 x - \int x \ln x\, dx.$$

Integramos de nuevo por partes, tomando ahora $u = \ln x$ y $dv = x\, dx$. En este caso, $du = \dfrac{1}{x}\, dx$ y $v = x^2/2$, luego

$$\int x \ln^2 x\, dx = \frac{x^2}{2} \ln^2 x - \left(\frac{x^2}{x} \ln x - \int \frac{x}{2}\, dx\right) = \frac{x^2 \ln^2 x - x^2 \ln x}{2} + \frac{x^2}{4} + k.$$

SOLUCIÓN B4

La parábola de ecuación $y = x^2/3$ y la recta de ecuación $y = 3$ se cortan cuando $x = 3$ y $x = -3$. En cambio, la parábola de ecuación $y = x^2 + 2x$ y la recta de ecuación $y = 3$ se cortan cuando $x = 1$ y $x = -3$. El recinto que delimitan las tres curvas en el primer cuadrante es el siguiente:



El área de ese recinto es

$$A = \int_0^1 \left(x^2 + 2x - \frac{x^2}{3}\right) dx + \int_1^3 \left(3 - \frac{x^2}{3}\right) dx = \frac{13}{3} u^2.$$

SOLUCIÓN A5

a) La variable ”número de adultos protegidos contra la tuberculosis pulmonar activa”, X, es discreta y sigue una distribución binomial $B(3289; 0{,}54)$. Como $np = 3289 \cdot 0{,}54 = 1776{,}06 \geq 5$ y $nq = 3289 \cdot 0{,}46 = 1521{,}94 \geq 5$, se aproxima por X' que sigue una distribución normal $N(1776{,}06; 28{,}58)$.

b) $P(X = 1800) = P(1800 - 0{,}5 \leq X' \leq 1800 + 0{,}5)$

$$= P\left(\frac{1799{,}5 - 1776{,}06}{28{,}58} \leq Z \leq \frac{1800{,}5 - 1776{,}06}{28,58}\right)$$
$$= P(0,82 \leq Z \leq 0{,}86) = P(Z \leq 0,86) - P(Z \leq 0{,}82)$$
$$= 0{,}8051 - 0{,}7939 = 0{,}0112.$$

c) $P(X < 1700) = P(X' \leq 1699{,}5) = P\left(Z \leq \frac{1699{,}5 - 1776{,}06}{28{,}58}\right)$

$$= P(Z \leq -2{,}68) = 1 - P(Z \leq 2{,}68) = 1 - 0{,}9963 = 0{,}0037.$$

SOLUCIÓN B5

Puesto que A y B son sucesos independientes $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

(a) Por las propiedades de la probabilidad,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$
$$= 0,7 + 0,1 - 0,07 = 0,73.$$

(b) Por la ley de Morgan,

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - P(A)P(B)$$
$$= 1 - 0,7 \cdot 0,1 = 0,93.$$

(c) De nuevo, por la ley de Morgan,

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,73 = 0,27.$$

(d) Como $P(A) = P\big((A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})\big) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$,

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,7 \cdot 0,1 = 0,63.$$

(e) Por la definición de probabilidad condicionada

$$P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,27}{1-0,1} = 0,3.$$