

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
MAYORES DE 25 AÑOS

PRUEBA ESPECÍFICA

PRUEBA 2024

MATEMÁTICAS

PRUEBA

SOLUCIONARIO



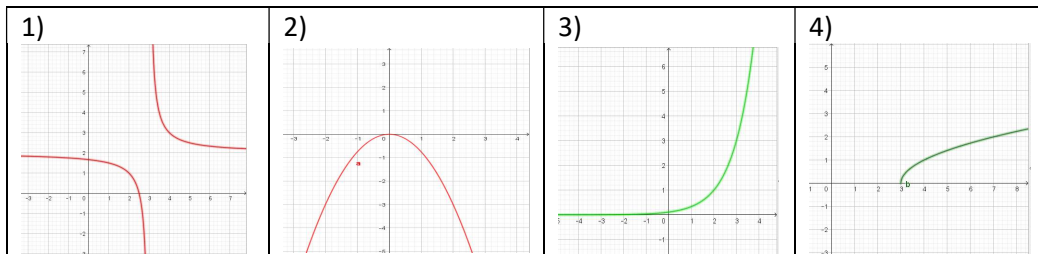


Aclaraciones previas

- Tiempo de duración de la prueba: 1 hora
- Contesta a cinco de los seis ejercicios propuestos
- Cada ejercicio vale 2 puntos

- 1) Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,80€ por cada pieza correcta que sale del almacén, pero por cada pieza incorrecta que fabrica, pierde 1€. En un día quiere fabricar 2250 bombillas y obtener un beneficio mínimo de 1710€. Calcula el número mínimo de bombillas correctas que debe fabricar para lograr su objetivo.
- 2) En las siguientes funciones, relaciona cada expresión analítica con su expresión gráfica correspondiente, y explica razonadamente dicha relación.

a) $y = \frac{-3x^2}{4}$	b) $y = \sqrt{x-3}$	c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$	d) $y = 3^{x-2}$
--------------------------	---------------------	----------------------------	------------------



- 3) Hallar el área de recinto que delimitan las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

- 4) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos y haz un dibujo aproximado de la función:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$



Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA
SARTZEKO PROBAK 25
URTETIK GORAKOAK

2024ko MAIATZA

MATEMATIKA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS

MAYO 2024

MATEMÁTICAS

- 5) Se ha realizado una encuesta a 50 adolescentes para saber el número de libros que leen en un año por gusto a la lectura. Los datos se recogen en la siguiente tabla:

Intervalo	(0, 3]	(3, 6]	(6, 9]	(9, 12]	(12, 15]
Frecuencia	15	13	11	6	5

Calcula la moda, mediana, media aritmética y desviación típica de la distribución, y realiza el histograma.

- 6) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 7$

b) $x^2 = \frac{12}{x^2 + 1}$

**MATEMÁTICAS
RESOLUCIÓN
(2024)**

- 1) Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,80€ por cada pieza correcta que sale del almacén, pero por cada pieza incorrecta que fabrica, pierde 1€. En un día quiere fabricar 2250 bombillas y obtener un beneficio mínimo de 1710€. Calcula el número mínimo de bombillas correctas que debe fabricar para lograr su objetivo.

x = número de bombillas correctas fabricadas
y = número de bombillas incorrectas fabricadas

Planteamos el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 2250 \\ x \cdot (0,80) + y \cdot (-1) = 1710 \end{cases} \rightarrow \text{Solucionando el sistema} \rightarrow \begin{cases} x = 2200 \\ y = 50 \end{cases}$$

Por tanto, debe fabricar 2200 bombillas correctas como mínimo

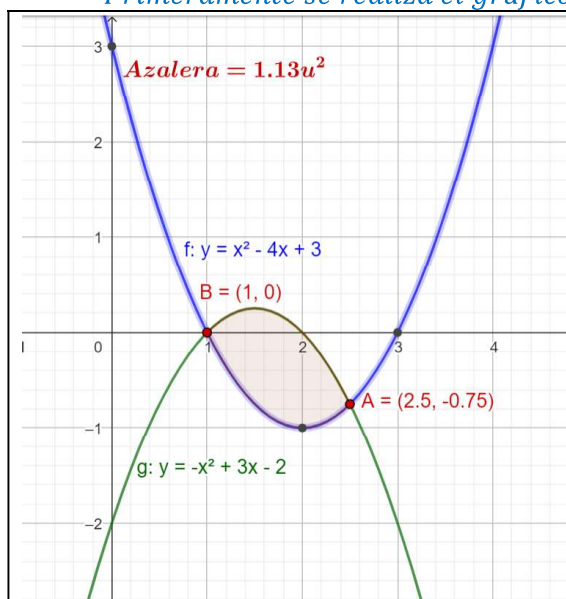
- 2) En las siguientes funciones, relaciona cada expresión analítica con su expresión gráfica correspondiente, y explica razonadamente dicha relación.

a) $y = \frac{-3x^2}{4}$	b) $y = \sqrt{x-3}$	c) $y = \frac{1}{x-3} + 2$	d) $y = 3^{x-2}$
<i>Función cuadrática (parábola) con coeficiente $a < 0$ (parábola negativa, triste) y vértice (0,0)</i>	<i>Función raíz con dominio $[3, \infty)$ y dominio $[0, \infty)$, corte con eje OX en (3,0)</i>	<i>Función de proporcionalidad inversa (hipérbola) con asíntotas vertical $x=3$ y horizontal $y=2$</i>	<i>Función exponencial con base mayor que 1 y asíntota horizontal $y=0$</i>
2) 	4) 	1) 	3)

3) Hallar el área de recinto que delimitan las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad y \quad g(x) = -x^2 + 3x - 2$$

Primeramente se realiza el gráfico y se identifica el área:



Los puntos de intersección entre ambas parábolas determinan los extremos de la integral.

$$x^2 - 4x + 3 = -x^2 + 3x - 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2,5 \end{cases}$$

Para calcular el área:

$$A = \left| \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x)) \cdot dx \right| u^2 = |H(x)|_{x_1}^{x_2} u^2$$

$$\text{Aplicando Barrow: } A = |H(x_2) - H(x_1)| u^2$$

$$A = \left| \int_1^{2,5} ((x^2 - 4x + 3) - (-x^2 + 3x - 2)) \cdot dx \right| u^2 = \left| \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 5x \right|_1^{2,5} u^2 =$$

$$A = \left| \left(\frac{2}{3}(2,5)^3 - \frac{7}{2}(2,5)^2 + 5(2,5) \right) - \left(\frac{2}{3}(1)^3 - \frac{7}{2}(1)^2 + 5(1) \right) \right| u^2 = \frac{9}{8} u^2 = 1,125 u^2$$

4) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos y haz un dibujo aproximado de la función:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$$

Analizando la función, es un polinomio de 3er grado, por tanto tiene 2 puntos de corte con el eje OX, un máximo y un mínimo.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 3) \rightarrow f(x) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

- Extremos relativos (ER): $f'(x) = 0 \rightarrow x = x_i$ ME $\rightarrow f''(x_i) \begin{cases} > 0 \text{ mínimo } (x_i, y_i) \\ < 0 \text{ máximo } (x_i, y_i) \end{cases}$

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 1 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = -2,15 \\ x_2 = 0,15 \end{cases} \rightarrow f''(x) = 6x + 6 \rightarrow \begin{cases} f''(-2,15) < 0 \rightarrow \text{máx}(-2,15; 3,08) \\ f''(0,15) > 0 \rightarrow \text{mín}(0,15; -3,08) \end{cases}$$

RESOLUCIONES Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS
MAYO 2024

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

- Puntos de inflexión (PI): $f''(x) = 0 \rightarrow x = x_i$

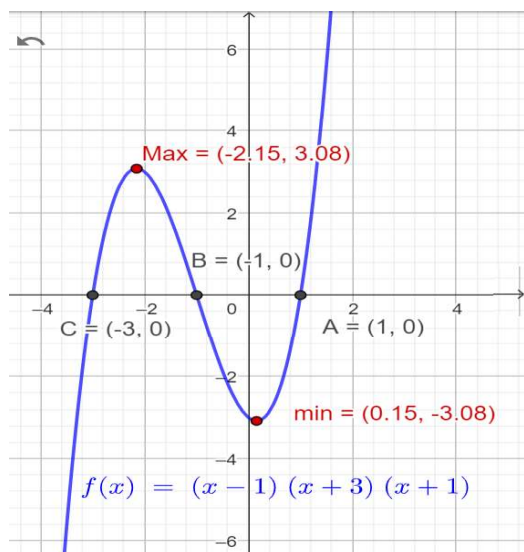
$$f''(x) = 6x + 6 \rightarrow f''(x) = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow IP(-1,0)$$

- Monotonía: $f'(x) \begin{cases} < 0 & \text{Descendente} \\ > 0 & \text{Ascendente} \end{cases}$

ER e PI	-2,15	-1	0,15	
x_i	-3	-2	0	1
$f'(x_i)$	> 0 $(-\infty; -2,15)$ Ascendente	< 0 $(-2,15; -1)$ Descendente	> 0 $(-1; 0,15)$ Ascendente	< 0 $(0,15; \infty)$ Descendente

$$\text{Monotonía} \rightarrow \begin{cases} \text{Ascendente: } (-\infty; -2,15) \cup (-1; 0,15) \\ \text{Descendente: } (-2,15; -1) \cup (0,15; \infty) \end{cases}$$

Con todas esta información, se realiza el siguiente gráfico:



RESOLUCIONES Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS
MAYO 2024

MATEMATIKA

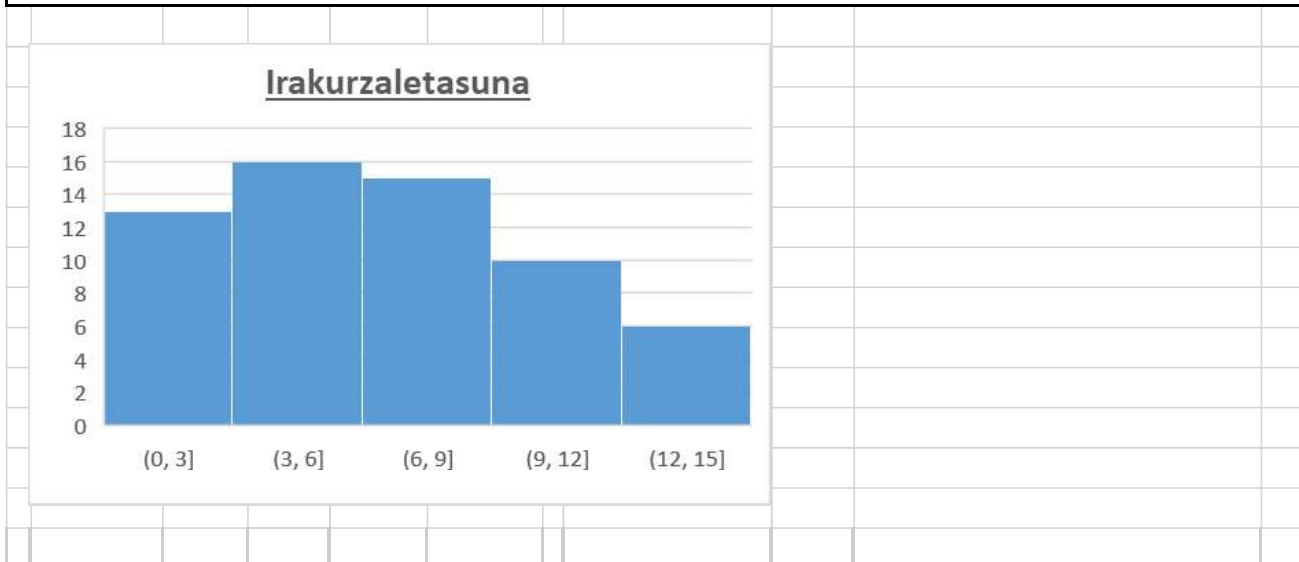
MATEMÁTICAS

5) Se ha realizado una encuesta a 50 adolescentes para saber el número de libros que leen en un año por gusto a la lectura. Los datos se recogen en la siguiente tabla:

Intervalo	(0, 3]	(3, 6]	(6, 9]	(9, 12]	(12, 15]
Frecuencia	15	13	11	6	5

Calcula la moda, mediana, media aritmética y desviación típica de la distribución, y realiza el histograma.

Intervalo	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	
(0, 3]	1,5	13	19,5	29,25	Moda (3, 6] Elemento más repetido Mediana (6, 9] Elemento central de la distribución Batazbestekoa 6,50 $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$ σ 3,78 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$
(3, 6]	4,5	16	72	324	
(6, 9]	7,5	15	112,5	843,75	
(9, 12]	10,5	10	105	1102,5	
(12, 15]	13,5	6	81	1093,5	
		60	390	3393	



RESOLUCIONES Y CRITERIOS DE CORRECCIÓN

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS
MAYO 2024

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

6) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 7$

$$2^x \cdot 2^1 + 2^x + 2^x \cdot 2^{-1} = 7 \rightarrow 2^x \cdot 2 + 2^x + 2^x \cdot \frac{1}{2} = 7 \rightarrow 2^x \left(2 + 1 + \frac{1}{2} \right) = 7 \rightarrow 2^x \cdot \frac{7}{2} = 7$$

$$2^x = \frac{7 \cdot 2}{7} \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow \mathbf{x = 1}$$

b) $x^2 = \frac{12}{x^2+1}$

$$x^2(x^2 + 1) = 12 \rightarrow x^4 + x^2 = 12 \rightarrow x^4 + x^2 - 12 = 0 \text{ Ekuazio bikarratua}$$

$$x^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-12)}}{2 \cdot (1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} x_1^2 = 3 \rightarrow \begin{cases} \mathbf{x_1 = \sqrt{3}} \\ \mathbf{x_2 = -\sqrt{3}} \end{cases} \\ x_2^2 = -4 \rightarrow \text{ez da erreala} \end{cases}$$

CRITERIOS DE EVALUACIÓN GENERALES

1. La puntuación que se le otorgará al examen estará comprendida entre 0 y 10 puntos.
2. Todos los problemas tienen el mismo valor: máximo 2 puntos.
3. Se valorará el planteamiento correcto, tanto globalmente como a cada apartado (en caso de haber apartados).
4. Los errores numéricos, de cálculo etc no se tendrán en cuenta siempre y cuando no sean errores conceptuales.
5. Se valorará positivamente toda aquella aportación que ayude a visualizar mejor la resolución del ejercicio: ideas, gráficos, presentación, esquemas...
6. Se valorará la presentación.

Indicadores de cada problema

- 1. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Planteamiento correcto del problema (1 punto)
 - Resolución del problema y cálculos realizados (1 punto)
- 2. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Emparejamiento correcto de las representaciones analíticas y gráficas (1 punto)
 - Razonamiento de los emparejamientos (1 punto)
- 3. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Expresar correctamente los límites de integración y la integral a realizar (0,5 puntu)
 - Aplicar la regla de Barrow (1 punto)
 - Corrección de los cálculos realizados (0,5 puntos)
- 4. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Cálculo correcto de la primera y segunda derivadas (0,5 puntos)
 - Análisis de la monotonía y cálculo de los extremos relativos (1 punto)
 - Representación gráfica correcta (0,5 puntos)
- 5. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Completar la tabla (0,2 puntos cada columna completa (total incluido) (xi; xi.fi; xi2.fi))
 - Parámetros solicitados (moda y mediana 0,2 puntu cada uno; media y desviación típica 0,25 puntos cada uno)
 - Histograma (0,5 puntos)
- 6. problema** (2 puntos) En la corrección del problema se tendrá en cuenta lo siguiente:
 - Planteamiento de las ecuaciones (0,5 puntos cada una)
 - Resolución de las ecuaciones (0,5 puntos cada una)

**RESOLUCIONES
Y CRITERIOS DE
CORRECCIÓN**

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
HAUTAPROBAK 25 URTETIK
GORAKOAK
2024ko MAIATZA

PRUEBAS DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD PARA MAYORES
DE 25 AÑOS
MAYO 2024

MATEMATIKA

MATEMÁTICAS

**RELACIÓN ENTRE LAS PREGUNTAS Y LOS
INDICADORES DE CONOCIMIENTO**

Pregunta	Indicadores de conocimiento
1	1.5 , 1.6, 1.7 y 1.9
2	2.4
3	2.9, 2.10 y 2.11
4	2.9, 2.10 y 2.11
5	4.1 y 4.2
6	1.2 y 1.3