BASES DE LA Tª DE CIRCUITOS

(En la práctica usaremos atajos, pero aquí daremos los métodos rigurosos)

· Haremos la suposición de que es un $\boxed{\text{circuito de parámetros concentrados}}$

$\Updownarrow$

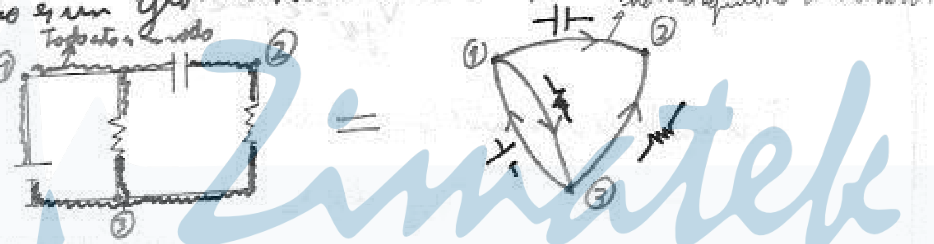
λ de señales eléctricas >> dimensión de elementos (para que dentro del elemento no pasen cosas diferentes y haya que estudiar sus interiores)

$\Updownarrow$

Los elementos de circuito son puntuales

· La Tª de circuitos se basa en axiomas. Aunque antes hay que hacer definiciones:

1- Un circuito eléctrico es un cjto. de nodos conectados por ramas con un sentido



2- Denotaremos la tensión entre dos nodos i y j por $V_{ij} = -V_{ji}$

3- Si elegimos un nodo K como nodo de referencia denotaremos $e_i = V_{iK}$

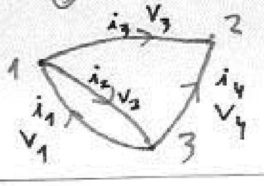
En el circuito de antes, si el nodo de referencia $K=3$:

$e_1 = V_{13}$

$e_2 = V_{23}$

4- A cada rama se le asigna una corriente (que pasa por → Son corrientes de elementos, no de cables) y una tensión V_{ij} (que pasa por) entre los nodos i y j, desde i hacia j

→ Se le asigna V_{32}, no V_{23}



$V_1 = V_{31}$

$V_2 = V_{13}$

$V_3 = V_{12}$

$V_4 = V_{32}$

- Los axiomas son las **leyes de Kirchhoff**:

• LEY DE CORRIENTES DE KIRCHOFF (LCK):

$$\forall \text{ nodo } j \quad \sum_j i_j \,(\text{salientes}) = 0$$

(las i entrantes se escriben como salientes con signo negativo)

En el caso del circuito de antes sería:

① $i_3 + i_2 - i_1 = 0$

② $-i_4 - i_3 = 0$

③ $i_4 + i_1 - i_2 = 0$

• LEY DE VOLTAJES DE KIRCHHOFF (LVK)

Sean j, k dos nodos. Entonces,

$$V_{jk} = e_j - e_k$$

En el circuito de antes sería (tomamos $k=3$):

$V_{12} = e_1 - e_2$

Dice que $V_{12} = \underset{\underset{e_1}{\parallel}}{V_{13}} + \underset{\underset{-e_2}{\parallel}}{V_{32}}$ (es consecuencia de que $\vec{E}$ es conservativo)

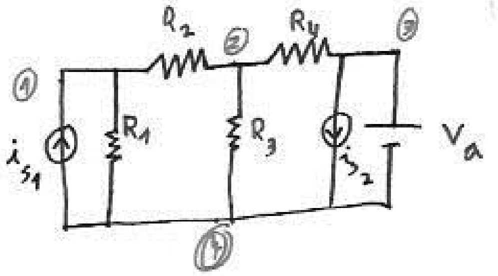
Corolario: (es la regla de mallas) $\forall$ secuencia cerrada de nodos a, b, c, d, a:

$$V_{aa} = 0 = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} + V_{da}$$

Antes sería:

$0 = V_{12} + V_{23} + V_{32} + V_{21}$

Ejemplo y ecuaciones tableau

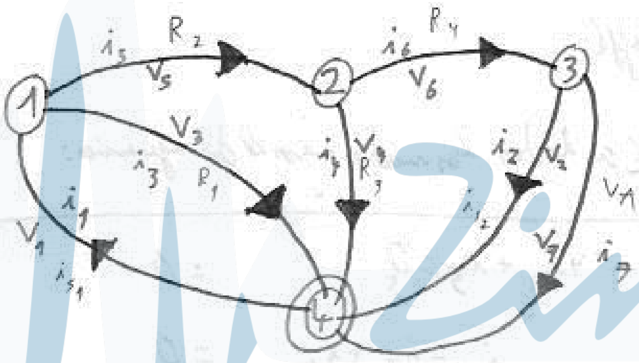


Nota: ⊕ denotan fuentes de corriente: la corriente que pasa por ellos es <u>cte</u>. (son como pilas de corriente)

1- <u>Nodos</u> (numeralos tras identificarlos): todo cable que se pueda unir sin atravesar elementos es un nodo

2- Elegir, arbitrariamente, un <u>nodo de referencia</u>: se señaliza con doble círculo alrededor

3- <u>Dibujamos el grafo</u> uniendo los nodos con ramas. Si los elementos son de dos terminales (en esta asignatura, casi todos lo serán (los transitores, de 3, los veremos a 2)) hay una rama por elemento.



4- Se les asigna a las ramas un <u>sentido arbitrario</u>.

5- <u>Asignamos a cada rama una corriente y una tensión</u>. Recordemos el criterio de signos y la LVK:

$(e_4 = V_{44} = 0)$ $\quad V_1 = V_{41} = e_4 - e_1 = -e_1$

LVK

$V_2 = V_{34} = e_3 - e_4 = e_3$

$V_3 = V_{14} = e_1 - e_4 = e_1$

$V_4 = V_{24} = e_2 - e_4 = e_2$

$V_5 = V_{12} = e_1 - e_2$

$V_6 = V_{23} = e_2 - e_3$

$V_7 = V_{34} = e_3 - e_4 = e_3$

Aquí el nº de incógnitas es:

$e_1 \quad e_2 \quad e_3 \quad (\overset{\overset{0}{\shortparallel}}{e_4})$ $\Rightarrow$ nº NODOS − 1

$i_1 \ i_2 \ i_3$
$i_4 \ i_5 \ i_6$ $\Rightarrow$ nº RAMAS
i_7

$V_1 \ V_2 \ V_3$
$V_4 \ V_5 \ V_6$ $\Rightarrow$ Nº RAMAS
V_7

$$\boxed{2 \cdot (\text{nº RAMAS}) + (\text{nº NODOS}) - 1}$$

En este caso, tenemos $2 \cdot 7 + 4 - 1 = 17$ incógnitas. Necesitamos 17 ecuaciones: ecuaciones tableau.

6- Aplicamos las leyes de Kirchhoff:

6.1- Aplicamos LCK a todos los nodos menos el de referencia:

①: $-i_1 + i_3 + i_5 = 0$

②: $i_4 - i_5 + i_6 = 0$

③: $i_2 - i_6 + i_7 = 0$

$\Updownarrow$

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}} \underset{i}{\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \end{pmatrix}} = \underset{0}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

$\Updownarrow$

$$A \cdot i = 0$$

(3 ecuaciones) Nodos-1

6.2 - Aplicamos LVK (lo que está al otro lado de la hoja). Matricialmente:

Zimatek

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix}$$

→ Siempre va a ser A^T (manera de comprobar si está correcto [illegible]

$$\Updownarrow$$

$$V = A^T \cdot e$$

$$\Updownarrow$$

$$V - A^T \cdot e = 0$$

(7 ecuaciones) = Ramas

6.3- Aún nos faltan (Nº ramas = 7 en el ejemplo) ecuaciones. Para eso usamos las <u>ecuaciones de los elementos</u>:

- Resistencias → Ley de Ohm
- Fuentes de tensión → Su valor
- Fuentes de corriente → Su valor

} OJO CON EL SIGNO!!

$i_1 = i_{S1}$

$i_2 = i_{S2}$

$e_3 - e_4 = V_A \Rightarrow e_3 = V_A$

$V_3 = e_1 - e_4 = i_3 R_1$

$V_5 = i_5 R_2$

$V_4 = i_4 R_3$

$V_6 = i_6 \cdot R_4$

(7 ecuaciones)

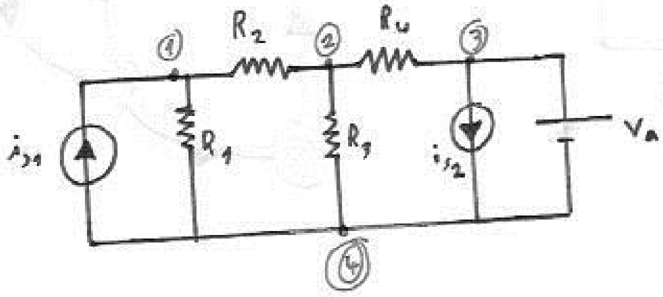
Es un método muy largo, aunque es válido todo para ordenador.

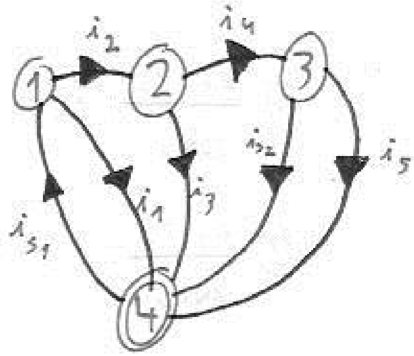
Zimatek

→ Análisis nodal modificado

ECUACIONES MNA

· Simplifica las ecuaciones Tableau. Estudiemos el circuito de antes.





∀ nodo menos el de referencia

· Aplicamos la LCK ($\sum i_{salen} = 0$), evitando poner explícitamente incógnitas corriente siempre que se pueda (mediante ecuaciones de elementos) → En las pilas no queda otra que poner la corriente, pero luego la pila nos dará otra ecuación

(Entran = salen)

① $i_{s1} = \dfrac{e_1}{R_1} + \dfrac{e_1 - e_2}{R_2}$

$\dfrac{e_1}{R_1} = i_1 = \dfrac{e_1 - e_4}{R_1}$; $\dfrac{e_1-e_2}{R_2} = i_2 = \dfrac{e_1 - e_2}{R_2}$

② $\dfrac{e_1 - e_2}{R_2} = \dfrac{e_2}{R_3} + \dfrac{e_2 - e_3}{R_4}$

$\dfrac{e_2}{R_3} = i_3 = \dfrac{e_2 - e_4}{R_3}$; $\dfrac{e_2-e_3}{R_4} = i_4 = \dfrac{e_2 - e_3}{R_4}$

③ $\dfrac{e_2 - e_3}{R_4} = i_{s2} + i_5$

Tenemos 3 ecuaciones y 4 incógnitas (e_1, e_2, e_3, i_5). La última se saca con la pila

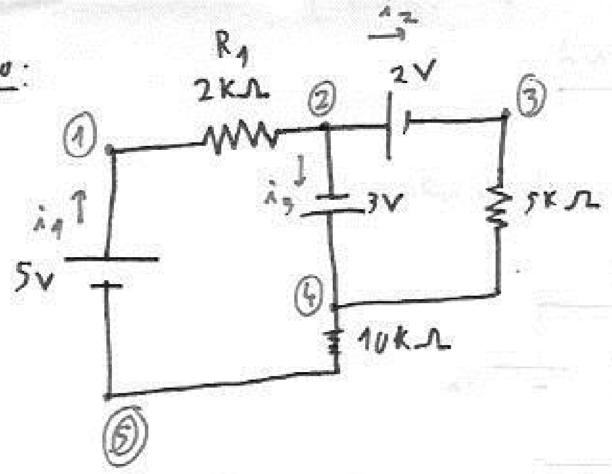
$$e_3 - e_4 = V_A \Rightarrow e_3 = V_A$$

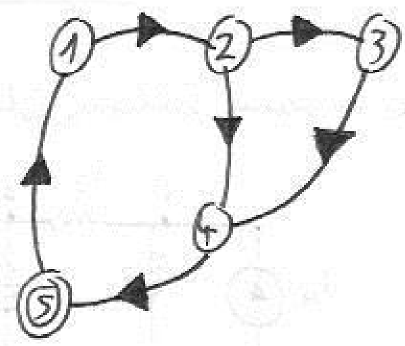
Hemos pasado de 17 ecuaciones a 4!!!

La mitad de ellas trivial

Zimatek

Ejemplo:





① $\frac{e_1 - e_2}{2K} = i_1$

② $\frac{e_1 - e_2}{2K} = i_2 + i_3$

③ $i_2 = \frac{e_3 - e_4}{5K}$

④ $i_3 + \frac{e_3 - e_4}{5K} = \frac{e_4}{10K}$

Incóg. $\begin{cases} e_1, e_2, e_3, e_4 \\ i_1, i_2, i_3 \end{cases}$

Nos faltan 3 ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 5 &= e_1 \\ 3 &= e_4 - e_2 \\ 2 &= e_2 - e_3 \end{aligned}\right\} \boxed{\text{Nodo de la paleta grande - nodo de la paleta pequeña}}$$

Zimatek

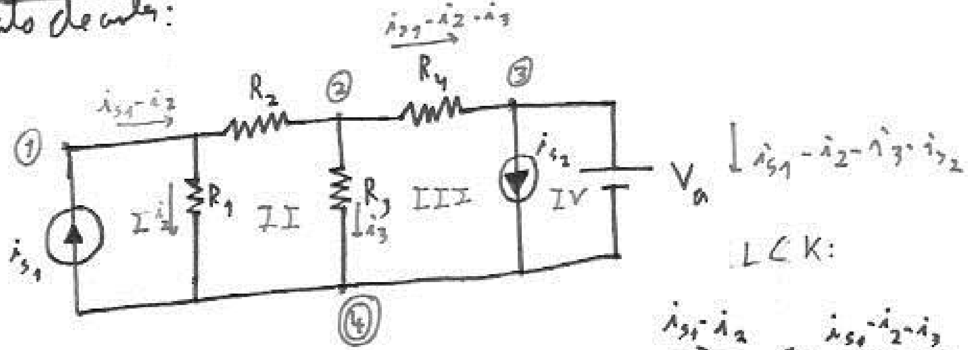
ECUACIONES DE MALLA

· Usaremos el corolario de la LVK: ∀ secuencia cerrada de nodos, $\Sigma V=0$, evitando poner voltajes mediante las ecuaciones de los elementos. (Las fuentes de corriente no queda otra que ponerla)

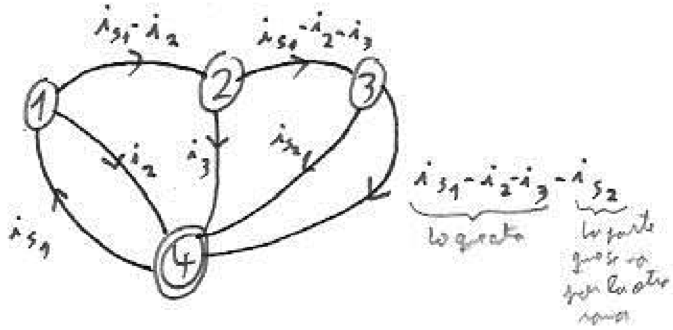
· Lo aplicaremos a mallas

· Aplicamos LCK directamente sobre el circuito (Para poner el mínimo nº de corriente incógnitas)

P.ej., con el circuito de antes:



LCK:



Incógnitas $\begin{cases} i_2 \\ i_3 \\ e_3 \\ e_1 \end{cases}$

Elegimos un sentido arbitrario para circular (Horario) y aplicamos el corolario a cada malla:

II) $V_{12}+V_{24}+V_{41}=0 \Leftrightarrow (i_{s1}-i_2)R_2+i_3R_3-i_2R_1=0$

III) $\underbrace{(i_{s1}-i_2-i_3)R_4}_{V_{23}} + \underbrace{e_3}_{V_{34}} \underbrace{-i_3R_3}_{V_{42}}=0$

I) $\underbrace{i_2R_1}_{V_{14}} \underbrace{-e_1}_{V_{41}}=0$

IV) $\underbrace{V_a}_{V_{34}} \underbrace{-e_3}_{V_{43}}=0$

Así, tengo 4 ecuaciones y 4 incógnitas!!

Zinatek

MNA vs MALLAS

- MNA $\Rightarrow$ (Nodos + nº de pilas) ecuaciones
- MALLAS $\Rightarrow$ (Nº de mallas) ecuaciones