CORRIENTE ELÉCTRICA

- Es interesante pq. son las fuentes del campo magnético.
- La corriente eléctrica son cargas en movimiento.
- Es interesante definir la intensidad de corriente a través de una superficie como la carga que por udd. de tiempo atraviesa una superficie

$$\boxed{I \equiv \frac{dq}{dt}}$$

- La unidad no es muy útil para describir el movimiento: es un escalar, depende de la superficie...

- Supongamos un medio con un cjto. de portadores de carga iguales entre sí moviéndose a velocidad $\vec{v}$ (al ser un vol. diferencial, la tomamos cte.). Si hay N portadores de carga por udd de volumen: (Gráfico en Moodle)

- En un tiempo dt el nº de portadores que atraviesa la superficie es:

$$\underbrace{N}_{\substack{\text{Carga}\\ \text{por udd}\\ \text{de volumen}}}\underbrace{\overbrace{v\,dt\cos\theta}^{\text{Altura}}\,ds}_{\text{Volumen}}$$

- Así, dI (la carga que atraviesa ds por udd. de tiempo) vale:

$$dI = \frac{q\,N v\,dt\cos\theta\,ds}{dt} = q\,N v\cos\theta\,ds = q N \vec{v}\;d\vec{s}$$

- Si hubiese más portadores, se haría el mismo cálculo, y sumando:

$$dI = \left[\sum q_i N_i \vec{v}_i\right] d\vec{s}$$

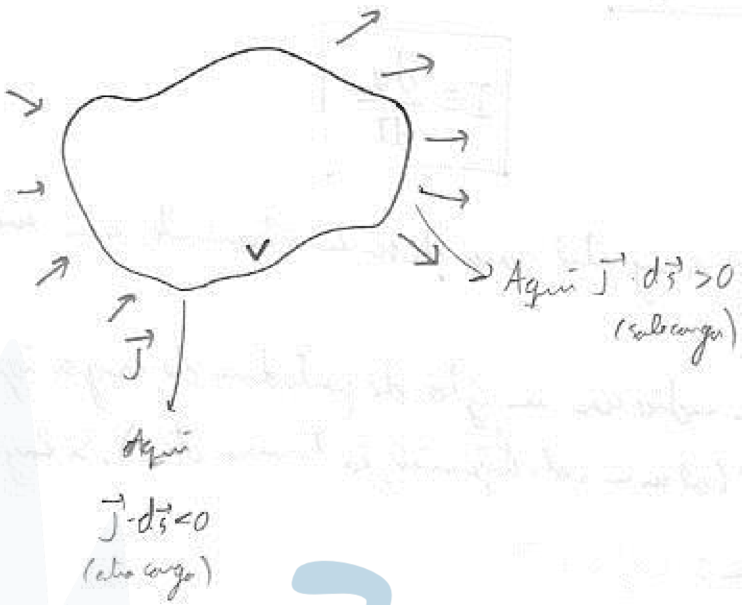
- Así, conviene definir la densidad de corriente:

$$\boxed{\vec{J} = \sum_i q_i N_i \vec{v}_i}$$ → Nada info sobre el movimiento (nos dice cómo van $\vec{v}$)

• Por lo que la intensidad a través de una superficie S vale:

$$\boxed{I=\int_S \vec{J}\cdot d\vec{s}}$$

• Y si consideramos un volumen dentro del material:



Así, $\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s}$ nos dice la cantidad de carga que sale de V por unidad de tiempo:
↳ Pq $\vec{J}\cdot d\vec{s}>0 \Rightarrow$ sale carga

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s} = -\frac{dQ_{int}}{dt}}$$

Esta ecuación indica la conservación de la carga $\Rightarrow$ la carga que entra es la variación de la carga interior

Ahora, si trabajamos en un volumen cte.: $-\dfrac{dQ_{int}}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\int_V \rho\, dV = -\int \dfrac{\partial \rho}{\partial t}\, dV$

Es decir: $\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s} = -\int_V \dfrac{\partial \rho}{\partial t}\, dV \quad \forall V$

Y por el teorema de la divergencia: $\int_V \vec{\nabla}\cdot\vec{J}\, dV = \int_V -\dfrac{\partial \rho}{\partial t}\, dV \quad \forall V$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

• Así, defino una situación estacionaria cuando $\frac{d\rho}{dt}=0$:

$$\Updownarrow$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$$

LEY DE OHM

Trabajamos con $\vec{F}$ externo electrostático

• En un conductor las cargas se mueven pq. hay un $\vec{E}$ externo! En la gran mayoría de los materiales:

$$\boxed{\vec{J} = g\vec{E}} \quad \text{(Ley de Ohm)}$$

↳ En casos complicados, esto puede ser una matriz

Nótese que si $m\frac{d\vec{v}}{dt}=q\vec{E}$, $\vec{v}$ imposible ($\vec{v}$ aumenta cte) $\Longrightarrow$ Voy a necesitar un rozamiento: $m\frac{d\vec{v}}{dt}=q\vec{E}-k\vec{v}$

$$\vec{v}_L = \frac{q}{k}\vec{E} \propto \vec{E}!!!$$

(Esto lo veremos más adelante)

g se denomina conductividad $\Longrightarrow [g] = \frac{[J]}{[E]} = \frac{A/m^2}{V/m} = \frac{A}{V\cdot m} = \frac{1}{\Omega\cdot m}$

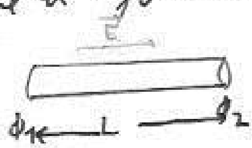
O, si $\frac{A}{V}$ = siemens $\Longrightarrow [g] = \frac{\text{siemens}}{m}$

g varía mucho: conductores $\Longrightarrow \sim 10^{7}$; semiconductores $\Longrightarrow \sim 10^{-7}$

Y si defino la resistividad $\eta \equiv \frac{1}{g}$; $[\eta] = \Omega\cdot m$

• Sea un alambre que sigue la ley de Ohm:

$$\phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{l}$$



En el interior, $\vec{E}$ debe llevar la dirección pintada, pq $\vec{J} \propto \vec{E}$ y si hubiera componente $\perp$, se acumularían cargas a las paredes!! $\Downarrow \Delta\phi = E\cdot L$

$$I \overset{J \text{ cte y A de la geometría}}{=} JA = gEA = \frac{gA}{L}\Delta\phi \Longrightarrow \boxed{\Delta\phi = I\cdot R} \text{ con } \boxed{R = \frac{L\eta}{A}}$$

• Así, la potencia desarrollada por el campo eléctrico vale:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq\,\Delta\phi}{dt} = \boxed{I\,\Delta\phi = I^2 R = \frac{\Delta\phi^2}{R}}$$

ANALOGÍA ELECTROSTÁTICA

- Sean dos conductores sometidos a una diferencia de potencial. ¿Cómo se obtiene $\vec{E}$?
- Los sumergimos en un líquido de conductividad g y permitividad ε. Las ecuaciones de $\vec{J}$ son, en el líquido:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = g\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \varepsilon\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{J} = g\,\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{D} = \varepsilon\,\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

$$\vec{J} = g\,\vec{E} \qquad \vec{D} = \varepsilon\,\vec{E}$$

$\Longrightarrow$ <u>Las ecuaciones de $\vec{D}$ y $\vec{J}$ son las mismas!!</u>

$\Downarrow$

Obtenido $\vec{J}$ del problema, sé $\vec{D}$ (y viceversa)
(figura en Moodle)

- Veamos esto más en profundidad. La intensidad vale:

$$I = \oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s} = g\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{g}{\varepsilon}\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \frac{g}{\varepsilon}Q$$

Por otra parte: $I = \dfrac{\phi_1-\phi_2}{R}$ $\Longrightarrow$ $\boxed{R\cdot C = \dfrac{\varepsilon}{g}}$ $\Longrightarrow$ He relacionado la resistencia (problema de corrientes) con la capacidad (problema de electrostática)!!

Y como son dos conductores, $Q = C\cdot(\phi_1-\phi_2)$

- Resumiendo: <u>puedo resolver problemas de corrientes con técnicas de la electrostática, y viceversa.</u>

FEM

- Para un circuito cerrado:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

Y si el material es lineal:

$$\oint \vec{J}\cdot d\vec{l} = 0 \;!!$$

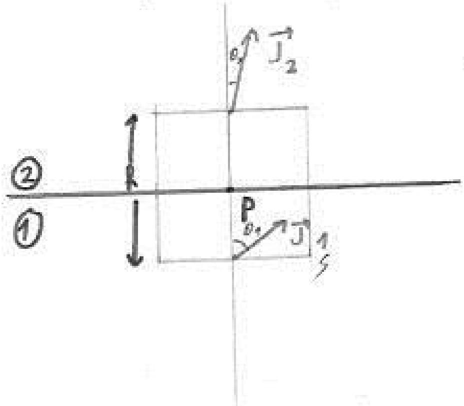
$\Downarrow$

Un campo electrostático no puede generar una corriente cerrada!

Necesito <u>otra fuerza</u> que realice un trabajo para llevar las cargas de una región con menos potencial a otra con más potencial.

CONDICIONES DE CONTORNO

• Sean dos medios con conductividad diferente. Quiero información sobre $\vec{J}$ en P



- Trabajamos en situación estacionaria: $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$

$$\Updownarrow$$

$$\oint_S \vec{J}\cdot d\vec{s}=0$$

Haciendo el mismo procedimiento que en electrostática, hacemos tender h a 0 y queda:

$$\boxed{J_{2n}=J_{1n}}$$

- En lo que respecta a las componentes tangenciales, se sabe que $E_{2t}=E_{1t}$. Como $\vec{E}=g\vec{J}$:

$$\frac{J_{2t}}{g_2}=\frac{J_{1t}}{g_1}$$

Es decir, va a aparecer una discontinuidad en $\vec{J}$!!

Como $tg\,\theta_1=\frac{J_{1t}}{J_{1n}}$ y $tg\,\theta_2=\frac{J_{2t}}{J_{2n}}$:

$$\boxed{\frac{tg\,\theta_1}{tg\,\theta_2}=\frac{J_{1t}}{J_{2t}}=\frac{g_1}{g_2}}$$

Así, si $g_1 >> g_2$ (2 es poco conductor), $\theta_2 <<<$, y la corriente entrará prácticamente perpendicular.

- De ahí que, en general, en la frontera aparezca una densidad superficial de carga:

$$\sigma = D_{2n}-D_{1n} = \varepsilon_2\frac{J_{2n}}{g_2}-\varepsilon_1\frac{J_{1n}}{g_1} \underset{\substack{\downarrow \\ J_{1n}=J_{2n}=J_n}}{=} \boxed{J_n\left(\frac{\varepsilon_2}{g_2}-\frac{\varepsilon_1}{g_1}\right)=\sigma}$$

APROXIMACIÓN AL EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO

- Probaremos ahora algo que dijimos en el primer tema: en un conductor (que aquí supondremos óhmico) con el tiempo la densidad de carga ρ se hace 0.

- Partimos de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0$$

Ahora, $\vec{\nabla}\cdot\vec{J} = \vec{\nabla}\cdot(g\vec{E}) = g\,\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = g\frac{\rho}{\varepsilon}$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{g}{\varepsilon}\rho = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{g}{\varepsilon}\rho \; ; \; \ln\rho = -\frac{g}{\varepsilon}t + f(\vec{r}) \; ; \; \rho = e^{-\frac{g}{\varepsilon}t + f(\vec{r})} = e^{f(\vec{r})}e^{-\frac{g}{\varepsilon}t} = \underbrace{F(\vec{r})}_{\rho(t=0)}e^{-\frac{g}{\varepsilon}t}$$

$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\rho(\vec{r},t) = \rho_0(\vec{r})\,e^{-\frac{gt}{\varepsilon}}}$$

Es decir, $\lim_{t\to+\infty}\rho(\vec{r},t) = 0$. Límite que se alcanza muy rápido.

TEORÍA MICROSCÓPICA DE LA CONDUCCIÓN

- Daremos una idea del origen de la ley de Ohm (esto se puede complicar suponiendo los electrones un gas ideal $\Rightarrow$ aparecerán fuerzas del tipo $-\frac{1}{N}\vec{\nabla}p = -\frac{1}{N}\vec{\nabla}(K_B N T)$). Como ya dijimos, hace falta introducir un rozamiento:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - k\vec{v}$$

Si $\vec{v}(0) = 0$:

$$\vec{v}(t) = \frac{q\vec{E}}{k}\left(1 - e^{\frac{kt}{m}}\right)$$

En el límite, $\vec{v} = \frac{q\vec{E}}{k}$. Así, $\vec{J} = Nq\vec{v} = \underbrace{\frac{Nq^2}{k}}_{=g}\vec{E}$