EFECTO MAGNETOCALÓRICO

· Como trabajamos con sistemas magnéticos:

$$dU = TdS - PdV + \delta W_{mag}$$

SERIA

Ahora, ¿cuánto vale el trabajo magnético para un proceso cuasiestático? (deducción en: Callen, Pippard)

· El problema es que las líneas de $\vec{B}$ son cerradas, los campos no son uniformes, los cálculos son difíciles...

Así que se usa un solenoide toroidal (si $r >>$ sección, $\vec{B}$ está confinado):

$$\text{Faraday:} \quad \mathcal{E}_{in} = -\overset{\text{espiras}}{N}\,\underset{\text{área de la sección recta}}{A}\,\frac{dB}{dt}$$

⇒ Para mantener la corriente en el solenoide, hay que realizar un trabajo $\delta W = -\mathcal{E}_{in} I dt =$

$$= NAI\,dt$$

Ampère (el anillo toroidal es de material, ojo):

$$2\pi r H = NI$$

$$\Downarrow$$

$$\delta W = H \cdot \underbrace{2\pi r A}_{\text{Volumen}}\, dB$$

$$\delta W = H \cdot V dB$$

Ahora, $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow dB = \mu_0 dH + \mu_0 dM$ (Me ahorro los vectores porque en materiales lineales $\vec{B} \parallel \vec{H} \parallel \vec{M}$. Se puede demostrar que esto es general)

Así, $\delta W = \mu_0 VHdH + \mu_0 VHdM$

$$dU = TdS - PdV + \mu_0 V d(H^2) + \mu_0 H d\mathcal{M} \quad (\mathcal{M} \equiv MV)$$

La imanación total

Ahora, $\mu_0 V d(H^2) \sim \mu_0 \int_V H^2 dV$ es el trabajo necesario para crear el campo. Como sólo se va a interesar el trabajo al imanar un material, lo paso a la energía interna: (a la energía del campo)

$$dU = TdS - PdV + \mu_0 H d\mathcal{M}$$

· Parámetros internos: T, P, H

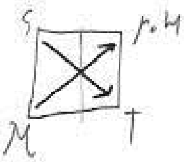
" externos: S, V, $\mathcal{M}$

· Trabajamos con sustancias paramagnéticas para las que $\chi = \frac{\partial M}{\partial H} = \chi = \frac{\partial M}{\partial H_{ext}}$ (geometría que desprecia términos desmagnetizantes)

· El efecto magnetocalórico estudia $\left(\frac{\partial T}{\partial H}\right)_S$ (¿al variar el campo magnético, varía la temperatura?)

de forma adiabática

· Por Maxwell,



$$\left(\frac{\partial T}{\partial H}\right)_S = \mu_0 \left(\frac{\partial T}{\partial (\mu_0 H)}\right)_S = -\mu_0 \left(\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial S}\right)_H = -\mu_0 \frac{\left(\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial T}\right)_H}{\frac{T}{T}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_H} =$$

$$= -\mu_0 \frac{T}{C_H}\left(\frac{\partial \mathcal{M}}{\partial T}\right)_H \underset{\downarrow}{=} -\mu_0 \frac{T}{C_H} V \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H \overset{M = \chi H}{\overset{\uparrow}{=}} -\mu_0 \frac{T}{C_H} V H \left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_H \overset{\uparrow}{=}$$

Ley de Curie-Weiss: $\chi = \frac{C}{T-\theta}$

$\left(\frac{\partial \chi}{\partial T}\right)_H = -\frac{C}{(T-\theta)^2} = -\frac{\chi^2}{C}$

C_H: Calor específico a H cte

Suponemos que V no depende de T (sin expansión $\to \alpha$) (de todas formas, es un sólido)

$$= \mu_0 \frac{TVH}{C_H} \frac{\chi^2}{C}$$

Zimatek

$\uparrow$ ojo que depende de T

Por tanto, $dT = \mu_0 T \dfrac{V}{C_H} \dfrac{\chi^2}{C} H\,dH$

· Ahora, C_H depende de H: $\dfrac{\partial C_H}{\partial H} = T \dfrac{\partial^2 S}{\partial H \partial T} = T \dfrac{\partial}{\partial T}\dfrac{\partial S}{\partial H} \underset{\text{Maxwell}}{=} \mu_0 T \dfrac{\partial}{\partial T}\dfrac{\partial \mathcal{M}}{\partial T} =$

$$= \mu_0 T \left(\frac{\partial^2 \mathcal{M}}{\partial T^2}\right)_H = \mu_0 T V \left(\frac{\partial^2 M}{\partial T^2}\right)_H \underset{M=\chi H}{=} \mu_0 T V H \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial T^2}\right)_H =$$

$$= 2\mu_0 T V H \frac{\chi^3}{C^2} = \left(\frac{\partial C_H}{\partial H}\right)_T$$

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial T^2} = \frac{2C}{(T-\theta)^3} = \frac{2\chi^3}{C^2}$$

Integrando: $$C_H = C_H^{(T)}\Big|_{H=0} + \frac{CTV\mu_0}{(T-\theta)^3} H^2$$

· A H nulo, $C_H = \dfrac{B}{T^2}$ (cte.) para sales paramagnéticas (lo veremos en estadística)

Si seguimos a T bajo, por [illegible] pues, [illegible]

$$C_H = \frac{B}{T^2} + \frac{CTV\mu_0}{(T-\theta)^3} H^2 \simeq \frac{B}{T^2} + \frac{CV\mu_0}{T^2} H^2 = \frac{B + CV\mu_0 H^2}{T^2}$$

θ suele ser ínfimo

· Sustituimos:

$$dT = \mu_0 T^3 \frac{V\chi^2}{C} \cdot \frac{1}{B + CV\mu_0 H^2} H\,dH = \mu_0 T^3 V \frac{C}{T^2} \cdot \frac{1}{B + CV\mu_0 H^2} H\,dH$$

$$dT = \mu_0 C V \cdot \frac{1}{B + CV\mu_0 H^2} \cdot T \cdot H\,dH$$

$$d(\ln T) = \mu_0 C V \cdot \frac{1}{B + CV\mu_0 H^2} H\,dH$$

$$\ln\frac{T_f}{T_i} = \int_{H_i}^{H_f} \frac{\mu_0 V C\, H\,dH}{B + C V \mu_0 H^2} = \frac{1}{2}\left[\ln\left(B + C V \mu_0 H^2\right)\right]_{H_i}^{H_f}$$

$$T_f = T_i \sqrt{\frac{B + C V \mu_0 H_f^2}{B + C V \mu_0 H_i^2}}$$

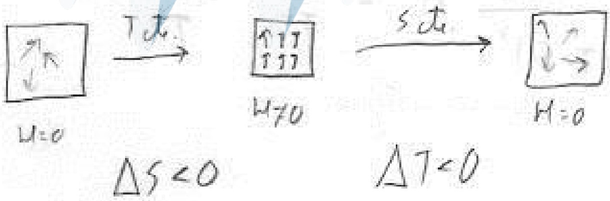
. Si $B \lll$ (valores bajos):

$$\boxed{\frac{T_f}{T_i} = \frac{H_f}{H_i}}$$ (esto experimentalmente se cumple de maravilla)

. Con este procedimiento se pueden conseguir temperaturas realmente bajas, disminuyendo adiabáticamente campos magnéticos.

Zimatek

. Intuitivamente:



Como S ha sido cte., el orden perdido a base de apagar H, debe ganarse reduciendo T

. Gráficamente, para sales paramagnéticas: